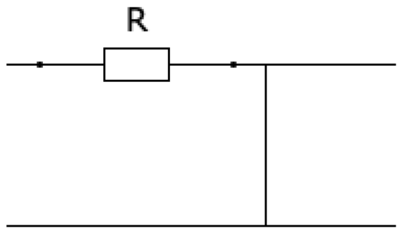
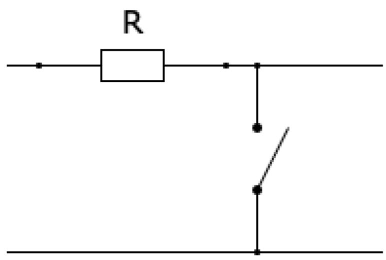
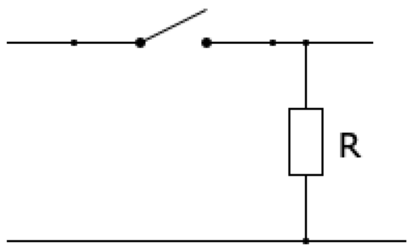
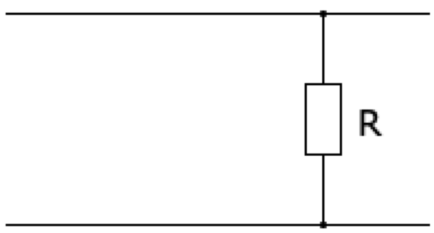
Correction de l'exercice 03 - TD du chapitre 07

❖ Système A :

	Schéma du système	Étude de la valeur du signal de sortie	Conclusion
Comportement à basses fréquences		$u_L = 0\,V$	Le système coupe les basses fréquences.
Comportement à hautes fréquences		$u_L \neq 0\,V$	Le système laisse passer les hautes fréquences.

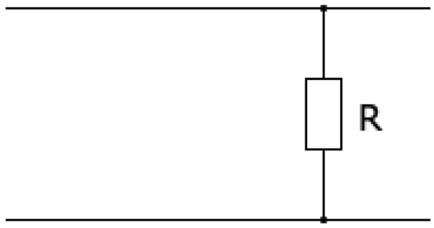
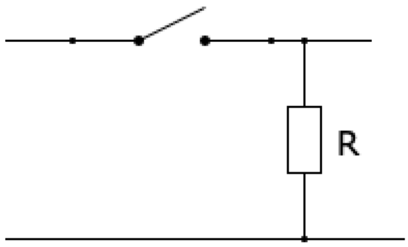
Le système A est un filtre passe-haut.

❖ Système B :

	Schéma du système	Étude de la valeur du signal de sortie	Conclusion
Comportement à basses fréquences		$u_R = 0\,V$	Le système coupe les basses fréquences.
Comportement à hautes fréquences		$u_R \neq 0\,V$	Le système laisse passer les hautes fréquences.

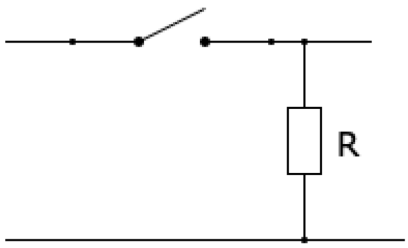
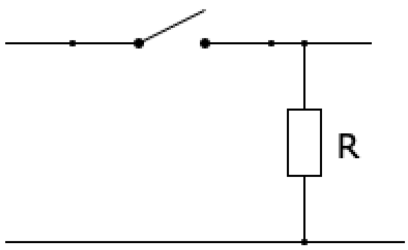
Le système B est un filtre passe-haut.

❖ **Système C :**

	Schéma du système	Étude de la valeur du signal de sortie	Conclusion
Comportement à basses fréquences		$u_R \neq 0\ V$	Le système laisse passer les basses fréquences.
Comportement à hautes fréquences		$u_R = 0\ V$	Le système coupe les hautes fréquences.

Le système C est un filtre passe-bas.

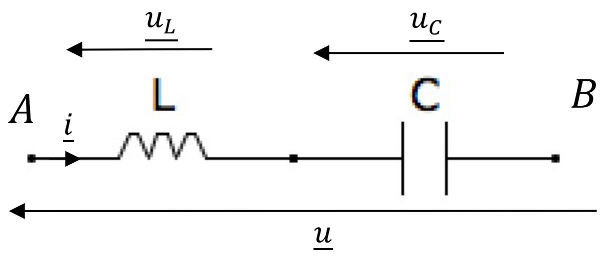
❖ **Système D :**

	Schéma du système	Étude de la valeur du signal de sortie	Conclusion
Comportement à basses fréquences		$u_R = 0\ V$	Le système coupe les basses fréquences.
Comportement à hautes fréquences		$u_R = 0\ V$	Le système coupe les hautes fréquences.

Le système D est un filtre passe-bande.

Correction de l'exercice 04 - TD du chapitre 07

1. Sur le schéma :



2. Loi d'Ohm généralisée pour la bobine idéale :

$$\underline{u_L} = \underline{Z_L} \times \underline{i} \quad avec \quad \underline{Z_L} = jL\omega$$

3. Loi d'Ohm généralisée pour le condensateur idéal :

$$\underline{u_C} = \underline{Z_C} \times \underline{i} \quad avec \quad \underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$$

4. Sur le schéma.
5. Loi d'Ohm généralisée pour le dipôle AB :

$$\underline{u} = \underline{Z_{éq}} \times \underline{i}$$

6. Loi des mailles :

$$\underline{u} = \underline{u_L} + \underline{u_C}$$

7. On obtient :

$$\underline{u} = \underline{Z_L} \times \underline{i} + \underline{Z_C} \times \underline{i}$$

On factorise par $\underline{i}$:

$$\underline{u} = \left(\underline{Z_L} + \underline{Z_C}\right) \times \underline{i}$$

On identifie les deux formules suivantes :

$$\underline{u} = \left(\underline{Z_L} + \underline{Z_C}\right) \times \underline{i}$$
$$\underline{u} = \underline{Z_{éq}} \times \underline{i}$$

On obtient :

$$\boldsymbol{\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_L} + \underline{Z_C}}$$

Donc :

$$\boldsymbol{\underline{Z_{éq}} = jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

8. On trie partie réelle et partie imaginaire :

$$\underline{Z_{éq}} = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = jL\omega - \frac{j}{C\omega} = j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = 0 + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

La partie réelle de l'impédance complexe $\underline{Z_{éq}}$ du dipôle correspond à sa résistance : $\boldsymbol{R = 0\ \Omega}$

La partie imaginaire de l'impédance complexe $\underline{Z_{éq}}$ du dipôle correspond à sa réactance **:** $\boldsymbol{X = L\omega - \frac{1}{C\omega}}$

9. Sa réactance est nulle si :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Leftrightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1 \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

On trouve ici l'expression de la pulsation propre du système : $\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

❖ **On suppose que $\boldsymbol{L\omega > \frac{1}{C\omega}}$:**

10. Expression littérale du module de l'impédance complexe $\left|\underline{Z_{éq}}\right|$:

$$\left|\underline{Z_{éq}}\right| = \left|0 + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right| = \sqrt{0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|$$

Or ici, $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $donc$ $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$:

$$\boldsymbol{\left|\underline{Z_{éq}}\right| = L\omega - \frac{1}{C\omega}}$$

11. On a :

$$\underline{Z_{éq}} = j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = \boldsymbol{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \times e^{\frac{j\pi}{2}}}$$

12. Le déphasage ϕ de la tension aux bornes du dipôle AB par rapport à l'intensité correspond à l'argument de $\underline{Z_{éq}}$:

$$\boldsymbol{\phi = \frac{\pi}{2}}$$

13. Ici $\boldsymbol{\phi > 0}$ donc la tension est **en avance** par rapport à l'intensité.

❖ **On suppose que $\boldsymbol{L\omega < \frac{1}{C\omega}}$:**

14. Expression littérale du module de l'impédance complexe $\left|\underline{Z_{éq}}\right|$:

$$\left|\underline{Z_{éq}}\right| = \left|0 + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right| = \sqrt{0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|$$

Or ici, $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ $donc$ $L\omega - \frac{1}{C\omega} < 0$:

$$\boldsymbol{\left|\underline{Z_{éq}}\right|} = -(\boldsymbol{L\omega - \frac{1}{C\omega}})$$

15. On a :

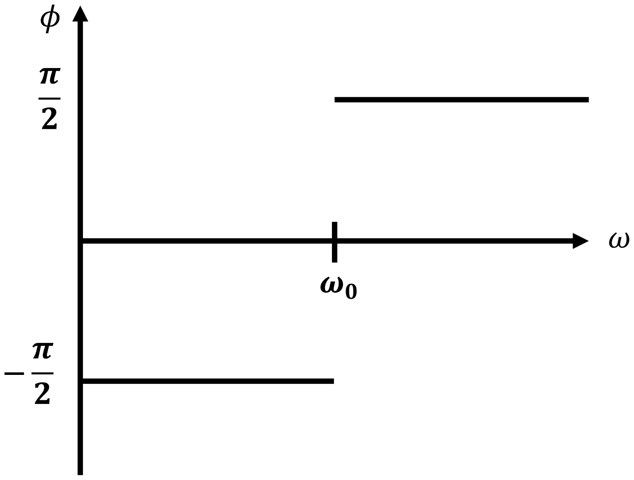
$$\underline{Z_{éq}} = j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = -j\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) = \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) \times \boldsymbol{e^{\frac{-j\pi}{2}}}$$

16. Le déphasage ϕ de la tension aux bornes du dipôle AB par rapport à l'intensité correspond à l'argument de $\underline{Z_{éq}}$:

$$\boldsymbol{\phi = -\frac{\pi}{2}}$$

17. Ici $\boldsymbol{\phi < 0}$ donc la tension est **en retard** par rapport à l'intensité.

18. Allure du graphe $\phi(\omega)$:



Correction de l'exercice 05 - TD du chapitre 07

1. Impédance complexe équivalente :

Cas A	Cas B	Cas C
$\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_R} + \underline{Z_C}$ $\underline{Z_{éq}} = R + \frac{1}{jC\omega}$	$\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z_R}} + \frac{1}{\underline{Z_C}}$ $\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{R} + jC\omega$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$	$\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_C} + \underline{Z_L}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{1}{jC\omega} + jL\omega$
Cas D	**Cas E**	**Cas F**
$\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_L}}$ $\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = jC\omega + \frac{1}{jL\omega}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{1}{jC\omega + \frac{1}{jL\omega}}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$	$\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_R} + \underline{Z_C} + \underline{Z_L}$ $\underline{Z_{éq}} = R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega$	$\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_L}} + \frac{1}{\underline{Z_R}}$ $\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{jL\omega}{\frac{jL\omega}{R} - LC\omega^2 + 1}$ $\underline{Z_{éq}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2 + \frac{jL\omega}{R}}$

2. Calcul de l'impédance équivalent du dipôle A :

$$\underline{Z_{éq}} = R - j\frac{1}{C\omega} \ donc \ \left|\underline{Z_{éq}}\right| = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Application numérique :

$$Z_{éq} = \sqrt{(10 \times 10^3)^2 + \left(-\frac{1}{10 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 1000}\right)^2}$$

$$Z_{éq} = 10{,}00 \ k\Omega$$

Calcul de l'impédance équivalent du dipôle E :

$$\underline{Z_{éq}} = R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega \iff \underline{Z_{éq}} = R + \frac{-j}{C\omega} + jL\omega \iff \underline{Z_{éq}} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

On cherche le module de l'impédance complexe :

$$\left|\underline{Z_{éq}}\right| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Application numérique :

$$Z_{éq} = \sqrt{(10 \times 10^3)^2 + \left(0{,}1 \times 2\pi \times 1000 - \frac{1}{10 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 1000}\right)^2}$$

$$Z_{éq} = 10{,}02\ k\Omega$$

Correction de l'exercice 07 - TD du chapitre 07

1. Impédance complexe d'une bobine idéale :

$$\underline{Z_L} = jL\omega$$

2. La formule du pont diviseur appliquée au système donne :

$$\underline{u_L} = \frac{\underline{Z_L}}{\underline{Z_L} + \underline{Z_S}} \times \underline{e}$$

3. Il y a adaptation d'impédances en tension si $\left|\underline{Z_L}\right| \gg \left|\underline{Z_S}\right|$.

4. Valeur de l'impédance de la bobine :

$$\underline{Z_L} = 0 + j \times L\omega$$

$$\left|\underline{Z_L}\right| = \sqrt{0^2 + (L\omega)^2}$$

Application numérique :

$$Z_L = \sqrt{0^2 + (1{,}0 \times 2\pi \times 10)^2}$$

$$\boldsymbol{Z_L = 62,83\ \Omega}$$

5. La condition n'est pas vérifiée ici car $\left|\underline{Z_L}\right| \sim \left|\underline{Z_S}\right|$.

6. Il faut augmenter la fréquence du GBF. Si la fréquence passe à $1000\ Hz$:

$$Z_L = \sqrt{0^2 + (1{,}0 \times 2\pi \times 1000)^2}$$

$$\boldsymbol{Z_L = 3142\ \Omega}$$

La condition $\left|\underline{Z_L}\right| \gg \left|\underline{Z_S}\right|$ est alors vérifiée.

Correction de l'exercice 08 - TD du chapitre 07

1. Impédance complexe d'une bobine réelle :

$$\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_r} + \underline{Z_L} = r + jL\omega$$

2. Il y a adaptation d'impédances en puissance si $\left|\underline{Z_{éq}}\right| = \left|\underline{Z_S}\right|$.

3. Valeur de l'impédance de la bobine :

$$\underline{Z_{éq}} = r + j \times L\omega$$

$$\left|\underline{Z_{éq}}\right| = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$$

Application numérique :

$$Z_{éq} = \sqrt{25^2 + (1{,}0 \times 2\pi \times 10)^2}$$

$$\boldsymbol{Z_L = 67{,}62\ \Omega}$$

4. La condition n'est pas vérifiée ici car $\left|\underline{Z_{éq}}\right| \neq \left|\underline{Z_S}\right|$.

5. Il faut que $Z_{éq} = Z_S$. Donc :

$$\sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = Z_S$$

Il faut isoler l'inductance L :

$$r^2 + (L\omega)^2 = {Z_S}^2$$

$$(L\omega)^2 = {Z_S}^2 - r^2$$

$$L\omega = \sqrt{{Z_S}^2 - r^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{{Z_S}^2 - r^2}}{\omega}$$

Application numérique :

$$L = \frac{\sqrt{50^2 - 25^2}}{2\pi \times 10} = \boldsymbol{0{,}6892\ H}$$