Correction de l'exercice 01 - TD du chapitre 08

- **Système A :**

Graphiquement, on détermine :

$$\boldsymbol{U_m = 4,0\ V}$$
$$\boldsymbol{E = 5,0\ V}$$

On a, pour les deux signaux : $T = 20\ ms = 20 \times 10^{-3} s$. Donc $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\times10^{-3}} = 50,0\ Hz$:

$$\omega = 2\pi f = \mathbf{100\pi}$$

<u>Remarque :</u> les deux signaux ont même pulsation, on observe ici le régime forcé (ou permanent).

On remarque les signaux sont en quadrature de phase et le signal $s(t)$ est en avance par rapport à $e\ (t)$. Donc :

$$\varphi = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$$

Si vous n'arrivez pas à repérer cette situation particulière, on peut mesurer le décalage temporel :

$$\Delta t = t_{entrée} - t_{sortie} = 15 - 10 = 5\ ms = 5 \times 10^{-3} s$$

Puis, on calcule :

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t = \frac{2\pi}{20 \times 10^{-3}} \times 5 \times 10^{-3} = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\ \ ou\ \mathbf{1,57}\ (rad)$$

On obtient donc :

$$e(t) = 5,0 \cos(100\pi t)$$

$$s(t) = 4,0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En complexe, les signaux deviennent :

$$\underline{e(t)} = 5,0 e^{j100\pi t}$$

$$\underline{s(t)} = 4,0 e^{j\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

L'expression numérique de $\underline{T}(j100\pi)$donne :

$$\underline{T}(j100\pi) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{4,0 e^{j\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}}{5,0 e^{j100\pi t}} = \frac{4,0}{5,0} \times \frac{e^{j100\pi t} \times e^{j\frac{\pi}{2}}}{e^{j100\pi t}}$$

$$\underline{T}(j100\pi) = \frac{4,0}{5,0} \times e^{j\frac{\pi}{2}} = \mathbf{0,80} \times \boldsymbol{e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

- **Système B :**

Les amplitudes et la fréquence des signaux sont identiques à celles du système B.

On remarque les signaux sont en quadrature de phase et le signal $s(t)$ est en retard par rapport à $e\ (t)$. Donc :

$$\varphi = -\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$$

On obtient donc :

$$\underline{T}(j100\pi) = \frac{4{,}0}{5{,}0} \times e^{-j\frac{\pi}{2}} = \mathbf{0{,}80} \times \boldsymbol{e^{-j\frac{\pi}{2}}}$$

- **Système C :**

Les amplitudes et la fréquence des signaux sont identiques à celles du système B.

On remarque les signaux sont en phase. Donc :

$$\varphi = \mathbf{0}$$

On obtient donc :

$$\underline{T}(j100\pi) = \mathbf{0{,}80} \times \boldsymbol{e^{j0}} = \mathbf{0{,}80}$$

- **Système D :**

Les amplitudes et la fréquence des signaux sont identiques à celles du système B.

On remarque les signaux sont en phase. Donc :

$$\varphi = \boldsymbol{\pi}$$

On obtient donc :

$$\underline{T}(j100\pi) = \mathbf{0{,}80} \times \boldsymbol{e^{j\pi}}$$

Auto-évaluation de l'exercice 05 du TD C08

Réponse	Barème
Question 1 : $$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u_L}}{\underline{e}}$$ Or, d'après la relation du pont diviseur de tension : $$\underline{u_L} = \frac{\underline{Z_L}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_L}} \times \underline{e} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} \times \underline{e}$$ Donc : $$\frac{\underline{u_L}}{\underline{e}} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega}$$ Il vient finalement : $$\boldsymbol{\underline{T}(j\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega}}$$ On peut en déduire, en divisant en haut et en bas par R : $$\boldsymbol{\underline{T}(j\omega) = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega}}$$	/ 3
Question 2 : Le système est **d'ordre 1** car le dénominateur a pour puissance la plus élevée sur ω, 1.	/ 1
Question 3 : La forme canonique de la transmittance est : $$\boldsymbol{\underline{T}(j\omega)} = \frac{T_0 j\frac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}$$ Le système est donc un passe-haut.	/ 0,5 / 0,5
Question 4 : Par identification, on obtient un système de deux équations à deux inconnues (ω_C et T_0) : $$j\frac{\omega}{\omega_C} = j\frac{L}{R}\omega \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_C} = \frac{L}{R} \Leftrightarrow \boldsymbol{\omega_C = \frac{R}{L}}$$ $$T_0 j\frac{\omega}{\omega_C} = j\frac{L}{R}\omega \Leftrightarrow T_0 \times \frac{1}{\omega_C} = \frac{L}{R} \Leftrightarrow \boldsymbol{T_0 = 1}$$	/ 1 / 1
TOTAL	/ 7

Auto-évaluation de l'exercice 06 du TD C08

Réponse	Barème
Question 1 : $$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u_R}}{\underline{e}}$$ Or, d'après la relation du pont diviseur de tension : $$\underline{u_R} = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_L}} \times \underline{e} = \frac{R}{R + jL\omega} \times \underline{e}$$ Donc : $$\frac{\underline{u_R}}{\underline{e}} = \frac{R}{R + jL\omega}$$ Il vient finalement : $$\boldsymbol{\underline{T}(j\omega) = \frac{R}{R + jL\omega}}$$ On peut en déduire, en divisant en haut et en bas par R : $$\boldsymbol{\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}}$$	/ 3
Question 2 : Le système est **d'ordre 1** car le dénominateur a pour puissance la plus élevée sur ω, 1.	/ 1
Question 3 : La forme canonique de la transmittance est : $$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}$$ Le système est donc un passe-bas	/ 0,5 / 0,5
Question 4 : Par identification, on obtient un système de deux équations à deux inconnues ($\omega_C\ et\ T_0$) : $$j\frac{\omega}{\omega_C} = j\frac{L}{R}\omega \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_C} = \frac{L}{R} \Leftrightarrow \boldsymbol{\omega_C = \frac{R}{L}}$$ $$\boldsymbol{T_0 = 1}$$	/ 1 / 0,5
TOTAL	/ 6,5

Auto-évaluation de l'exercice 07 du TD C08

<table>
<tr><th>Réponse</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>

Question 1 :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u_c}}{\underline{e}}$$

Or, d'après la relation du pont diviseur de tension :

$$\underline{u_C} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C} + \underline{Z_L}} \times \underline{e} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} \times \underline{e}$$

On multiplie par $jC\omega$ en haut et en bas :

$$\underline{u_C} = \frac{1}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2} \times \underline{e}$$

Donc :

$$\frac{\underline{u_C}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Il vient finalement :

$$\underline{T}(j\omega) = \boldsymbol{\frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}}$$

</td><td>/ 3</td></tr>
<tr><td>

Question 2 :

Le système est **d'ordre 2** car le dénominateur a pour puissance la plus élevée sur ω, 2.

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>

Question 3 :

La forme canonique de la transmittance est :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Le système est donc un passe-bas.

</td><td>/ 0,5
/ 0,5</td></tr>
<tr><td>

Question 4 :

Par identification, on obtient un système de trois équations à trois inconnues (Q, ω_0 et T_0) :

$$T_0 = 1$$

et

$$-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -LC\omega^2$$

et

$$j\frac{\omega}{Q\omega_0} = jRC\omega$$

De $-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -LC\omega^2$, on en déduit :

$$\frac{1}{\omega_0^2} = LC \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

De $T_0 = 1$, on en déduit :

$$\boldsymbol{T_0 = 1}$$

</td><td>/ 1
/ 1
/ 1</td></tr>
</table>

De $j\frac{\omega}{Q\omega_0} = jRC\omega$, on en déduit : $$\frac{1}{Q\omega_0} = RC \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{RC\frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{LC}}{RC}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{LC}}{R\left(\sqrt{C}\right)^2}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}$$ ou encore : $$\boldsymbol{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$	/ 1
TOTAL	/ 9

Auto-évaluation de l’exercice 08 du TD C08

<table>
<tr><th>Réponse</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>

<u>Question 1 :</u>

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u_R}}{\underline{e}}$$

Or, d’après la relation du pont diviseur de tension :

$$\underline{u_R} = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C} + \underline{Z_L}} \times \underline{e} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} \times \underline{e}$$

On multiplie par $jC\omega$ en haut et en bas :

$$\underline{u_R} = \frac{jRC\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2} \times \underline{e}$$

Donc :

$$\frac{\underline{u_R}}{\underline{e}} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Il vient finalement :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\boldsymbol{jRC\omega}}{\boldsymbol{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}}$$

</td><td>/ 3</td></tr>
<tr><td>

<u>Question 2 :</u>

Le système est **d’ordre 2** car le dénominateur a pour puissance la plus élevée sur ω, 2.

</td><td>/ 1</td></tr>
<tr><td>

<u>Question 3 :</u>

La forme canonique de la transmittance est :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0 j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Le système est donc un passe-bande

</td><td>/ 0,5

/ 0,5</td></tr>
<tr><td>

<u>Question 4 :</u>

Par identification entre la fonction de transfert de la question 1 et sa forme canonique, on obtient :

$$j\frac{\omega}{Q\omega_0} T_0 = jRC\omega$$

et

$$-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -LC\omega^2$$

et

$$j\frac{\omega}{Q\omega_0} = jRC\omega$$

De $j\frac{\omega}{Q\omega_0} = jRC\omega$ et $j\frac{\omega}{Q\omega_0} T_0 = jRC\omega$, on en déduit que $\boldsymbol{T_0 = 1}$

De $-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -LC\omega^2$, on en déduit :

</td><td>/ 1

/ 1</td></tr>
</table>

$$\frac{1}{\omega_0^2} = LC \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ De $j\frac{\omega}{Q\omega_0} = jRC\omega$, on en déduit : $$\frac{1}{Q\omega_0} = RC \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{RC\frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{LC}}{RC}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{LC}}{R\left(\sqrt{C}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{LC}}{R\left(\sqrt{C}\right)^2}$$ $$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}$$ ou encore : $$\boldsymbol{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$	/ 1 / 1
TOTAL	/ 9