Correction du TD du chapitre 11

Exercice 1 : The Velvet Rope

1. L'onde est mécanique (la corde est nécessaire pour que l'onde existe), transversale (la direction de propagation est perpendiculaire à la direction de la perturbation), progressive (il y a progression des surfaces d'ondes), plane (l'onde se propage dans une seule direction).

2. Calcul de la célérité de l'onde :

$$v = \frac{d}{2\Delta t} = \frac{1{,}00}{2 \times 0{,}25} = 2{,}00\ m/s$$

3. Durée Δt :

$$\Delta t = 0{,}250 \text{ s}$$

4. Le point A est touché par la perturbation à l'instant $t_A = 1{,}50\ s$.
   Le point B est touché par la perturbation à l'instant $t_B = 2{,}00\ s$

C'est donc le point A qui est touché le premier par la perturbation.

5. C'est donc aussi le point A qui est le plus proche du point source S.
6. Le retard est donc :

$$\Delta t' = t_B - t_A = 2{,}00 - 1{,}50 = 0{,}500 \text{ s}$$

7. Distance entre $A\ et\ B$:

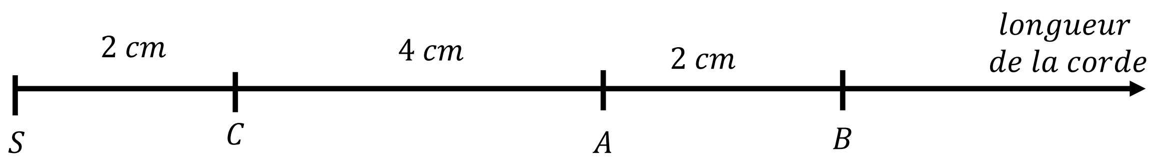
$$[AB] = v \times \Delta t' = 2{,}0 \times 0{,}50 = 1{,}00\ m$$

8. Le point C est touché par la perturbation avant le point A : il faut donc calculer la distance $[CA]$

$$[CA] = v \times (t_A - t_c) = 2{,}0 \times (1{,}50 - 0{,}50) = 2{,}00\ m$$

9. Représentation graphique :

$$[SC] = v \times (t_C - t_0) = 2{,}0 \times (0{,}50 - 0) = 1{,}00\ m$$



Exercice 2 : Allo ? Chrystèle ?

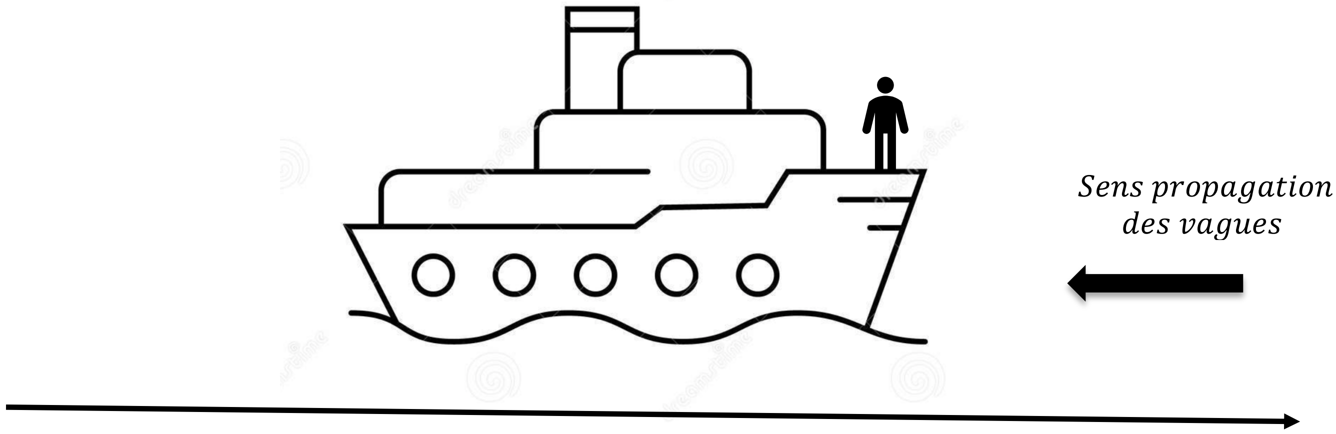
1. La figure 2 correspond à une onde transversale car la direction de propagation (horizontale) est perpendiculaire à la direction de la perturbation (verticale).
   La figure 3 correspond à une onde longitudinale car la direction de propagation (horizontale) est parallèle à la direction de la perturbation (horizontale).

2. Calcul de la célérité de l'onde :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{20}{4 \times 5 \times 10^{-3}} = 1000\ m/s$$

<u>Exercice 3 : propagation de la houle</u>

Schéma de la situation :



1. L'onde est mécanique (la mer est nécessaire pour que l'onde existe), transversale (la direction de propagation est perpendiculaire à la direction de la perturbation), progressive (il y a progression des surfaces d'ondes), plane (l'onde se propage dans une seule direction) et harmonique (profil en sinus).

2. On sait que :

$$\lambda = v \times T$$

D'après l'énoncé : $T = 2{,}00\ s$ et $v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{48{,}0}{15{,}0} = 3{,}20\ m/s$

$$\lambda = 3{,}20 \times 2{,}00 = 6{,}40\ m$$

3. On étudie ici, une OPPH qui se propage dans le sens des « x négatifs ». Son expression littérale est donc de la forme :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

Il faut déterminer les valeurs de :

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{2{,}00} = \mathbf{3{,}14\ \ rad/s}$$

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{6{,}40} = \mathbf{0{,}982\ \ rad/m}$$

On obtient donc :

$$s(x,t) = 0{,}50\cos(3{,}14 \times t + 0{,}982 \times x)$$

4. On étudie ici, une OPPH qui se propage dans le sens des « x positifs ». Son expression littérale est donc de la forme :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

On obtient donc :

$$s(x,t) = 0{,}50\cos(3{,}14 \times t - 0{,}982 \times x)$$

Auto-évaluation de l'exercice 04 du TD C11

Réponse	Barème
Question 1 : Valeurs de la pulsation ω et du module d'onde k : $$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{0{,}85 \times 10^{-2}} = \mathbf{7{,}39 \times 10^{2}}\ \boldsymbol{rad/m}$$ $$f = \frac{v}{\lambda}\ et\ \omega = 2\,\pi \times f = 2\,\pi \times \frac{340}{0{,}85 \times 10^{-2}} = \mathbf{2{,}51 \times 10^{5}}\ \boldsymbol{rad/s}$$	/ 1,5 / 1,5
Question 2 : L'énoncé n'évoque pas le sens de propagation de l'OPPH : il faut donc envisager les deux possibilités. • dans le sens des « x positifs » (sens des x croissant), l'OPPH est décrite par la fonction : $$s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) = \mathbf{1{,}0 \times 10^{-5} \cos\left(2{,}51 \times 10^{5} \boldsymbol{t} - 7{,}39 \times 10^{2} \boldsymbol{x}\right)}$$ • dans le sens des « x négatifs » (sens des x décroissant), l'OPPH est décrite par la fonction : $$s(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0) = \mathbf{1{,}0 \times 10^{-5} \cos\left(2{,}51 \times 10^{5} \boldsymbol{t} + 7{,}39 \times 10^{2} \boldsymbol{x}\right)}$$	/ 2 / 2
TOTAL	/ 7

Exercice 5 : dans une corde

1. L'onde est **mécanique** car la corde est nécessaire pour que l'onde existe.
   L'onde est **transversale** car la direction de propagation est perpendiculaire à la direction de la perturbation.
   L'onde est **plane** car elle ne se propage que dans une seule direction.
   L'onde est **progressive** car ses surfaces d'ondes se propagent dans le milieu.
   L'onde est **harmonique** car le profil de la perturbation est sinusoïdal.

2. Détermination graphique des périodes de l'OPPH :

$$T = 0{,}10s$$

$$\lambda = 1{,}5\ m$$

3. On sait que :

$$\lambda = v \times T \iff v = \frac{\lambda}{T} \iff v = \frac{1{,}5}{0{,}10} = \mathbf{15{,}0\ m/s}$$

4. On a :

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{0{,}10} = 62{,}8\ \boldsymbol{rad/s}$$

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} = \frac{2\,\pi}{1{,}5} = \mathbf{4{,}19\ \ rad/m}$$

5. On étudie ici, une OPPH qui se propage dans le sens des « x positifs ». Son expression littérale est donc de la forme :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

On détermine graphiquement l'amplitude de l'onde : $A = 7{,}0\ cm = 7{,}0 \times 10^{-2} m$

On obtient donc :

$$s(x,t) = 7{,}0 \times 10^{-2}\cos(62{,}8 \times t - 4{,}19 \times x)$$

6. Si l'extrémité droite de la corde est fixe, alors le coefficient de réflexion en bout de corde vaut $r = -1$.

7. Expression numérique de l'onde réfléchie, notée $s'(x,t)$:

$$s'(x,t) = -7{,}0 \times 10^{-2}\cos(62{,}8 \times t + 4{,}19 \times x)$$

8. Calcul de la fréquence du signal d'entrée :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}10} = \mathbf{10{,}0\ Hz}$$

9. Pour qu'il y ait apparition d'onde stationnaire, il faut que le coefficient de réflexion en bout de corde soit égal à $r = -1$ ou $r = +1$

Ici, le coefficient de réflexion en bout de corde vaut $r = -1$. Il y a donc apparition d'onde stationnaire.

10. Il y a toujours apparition d'onde stationnaire car $r = -1$ (milieu infini).

11. Deux nœuds de vibration sont séparés par la distance $\frac{\lambda}{2}$.

On doit calculer la nouvelle longueur d'onde pour $f = 13{,}5\ Hz$:

$$\lambda = v \times T \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{15}{13{,}5} = 1{,}11\ m$$

Deux nœuds de vibration sont séparés par la distance $\frac{\lambda}{2} = \frac{1{,}11}{2} = 0{,}556\ m$.

12. Calcul du taux d'onde stationnaire dans ce cas :

$$TOS = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = \frac{1 + 1}{1 - 1} \rightarrow \infty$$

__Exercice 6 : modes propres d'une corde__

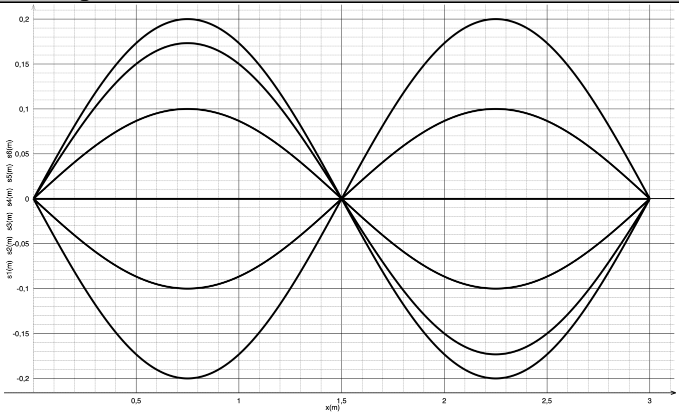
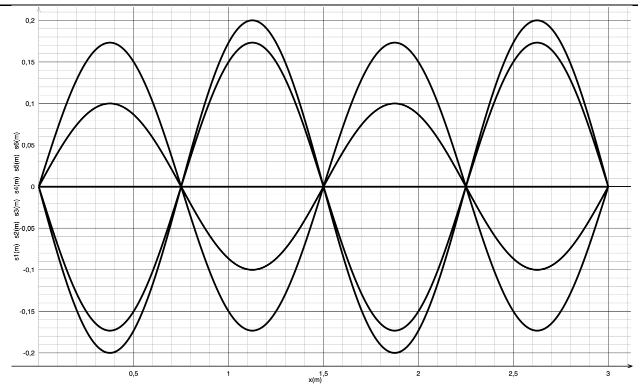
1. Valeur de la période spatiale λ_1 :

$$\frac{\lambda_1}{2} = 3{,}00 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_1 = 6{,}00\ m$$

2. Calcul de la fréquence f_1 :

$$\lambda_1 = v \times T_1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_1 = \frac{v}{f_1} \quad \Leftrightarrow \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \quad \Leftrightarrow \quad f_1 = \frac{5{,}00}{6{,}0} = 0{,}833\ Hz$$

3.

Représentation de la corde à différent instant :	Mesure de λ_n	Valeur de f_n
 $n = 2$	$\frac{\lambda_2}{2} = 1{,}5$ $\Leftrightarrow \quad \lambda_2 = 3{,}00\ m$	$f_2 = \frac{v}{\lambda_2}$ $\Leftrightarrow\ f_2 = \frac{5{,}00}{3{,}0} = 1{,}67\ Hz$
 $n = 4$	$\frac{\lambda_4}{2} = 0{,}75$ $\Leftrightarrow \quad \lambda_4 = 1{,}50\ m$	$f_4 = \frac{v}{\lambda_4}$ $\Leftrightarrow\ f_4 = \frac{5{,}00}{1{,}5} = 3{,}33\ Hz$

4. Le taux d'onde stationnaire pour les deux cas du tableau est $TOS \to \infty$

Exercice 7 :

Valeur du taux d'onde stationnaire TOS :

$$TOS = \frac{U_{m,max}}{U_{m,min}} = \frac{1,3}{0,70} = 1,86$$

Valeur absolue du coefficient de réflexion $|r|$:

$$TOS = \frac{1+|r|}{1-|r|} \quad \Leftrightarrow \quad (1-|r|) \times TOS = 1+|r|$$

$$\Leftrightarrow \quad TOS - |r| \times TOS = 1+|r|$$

$$\Leftrightarrow \quad TOS = 1+|r|+|r| \times TOS$$

$$\Leftrightarrow \quad TOS - 1 = |r|+|r| \times TOS$$

$$\Leftrightarrow \quad TOS - 1 = |r| \times (1+TOS)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{TOS-1}{1+TOS} = |r|$$

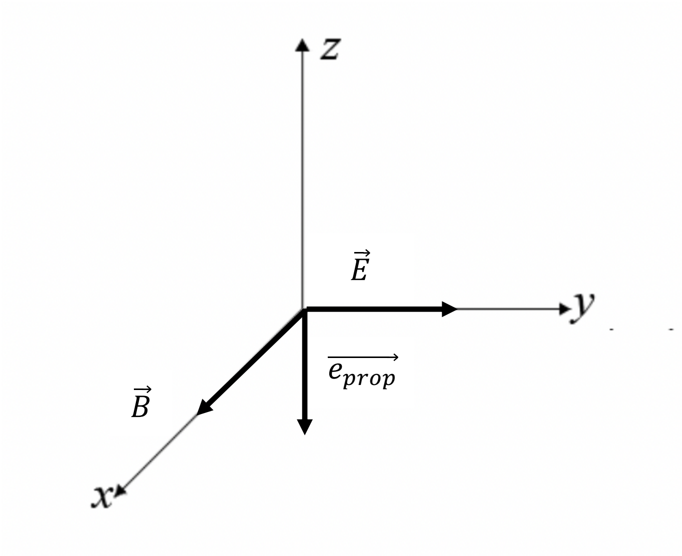
$$\Leftrightarrow \ |r| = \ \frac{TOS-1}{TOS+1}$$

$$\Leftrightarrow \ |r| = \ \frac{1,86-1}{1,86+1} = 0,301$$

L'extrémité droite du milieu présente un maximum d'amplitude : cela signifie que le coefficient de réflexion est positif donc $\mathrm{r} = 0,301$

Exercice 08 :

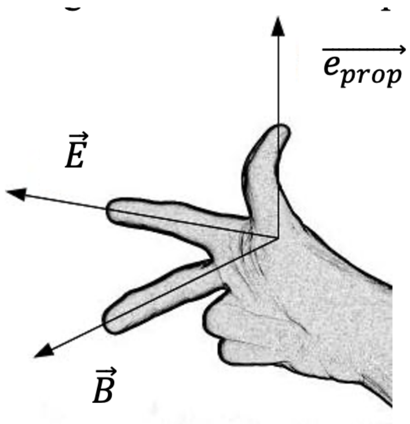
1. Schéma :



2. Expression temporelle littérale de $\vec{E}$:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t + kz + \varphi_0)\,\overrightarrow{u_y}$$

3. Règle de la main droite :



4. Expression temporelle littérale de $\vec{B}$:

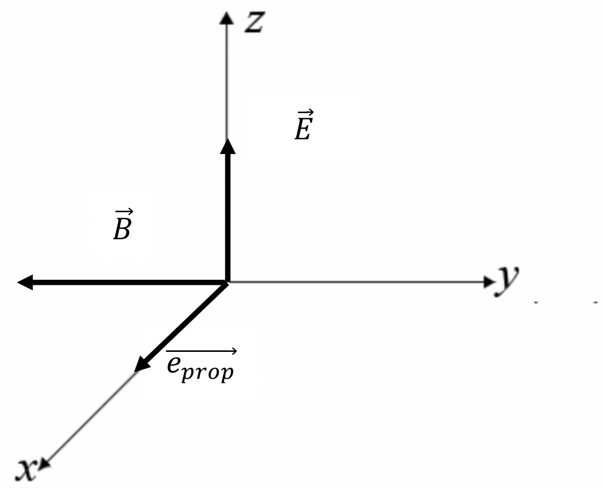
On utilise la relation de structure dans le vide pour trouver la norme du champ magnétique $\vec{B}$:

$$B = \frac{E}{c} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t + kz + \varphi_0)$$

Puis on exprime le vecteur champ magnétique $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t + kz + \varphi_0)\overrightarrow{u_x}$$

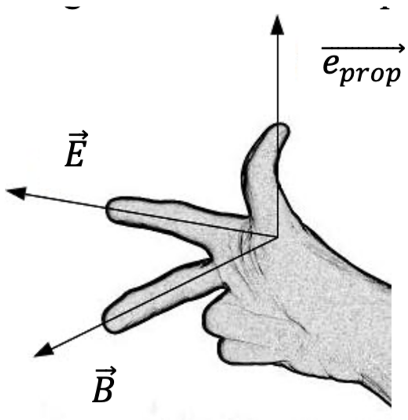
5. Schéma :



6. Expression temporelle littérale de $\vec{E}$:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx + \ \varphi_0)\, \overrightarrow{u_z}$$

7. Règle de la main droite :



8. Expression temporelle littérale de $\vec{B}$:

On utilise la relation de structure dans le vide pour trouver la norme du champ magnétique $\vec{B}$:

$$B = \frac{E}{c} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kx + \ \varphi_0)$$

Puis on exprime le vecteur champ magnétique $\vec{B}$:

$$\vec{B} \ = -\frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kx + \ \varphi_0)\overrightarrow{u_y}$$

Exercice 09 :

1. Une onde mécanique ne peut pas se propager dans le vide, contrairement à une onde électromagnétique.
2. L'onde incidente est plane : ses surfaces d'ondes sont donc des plans.
3. On sait que :

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\,\pi}{k}$$

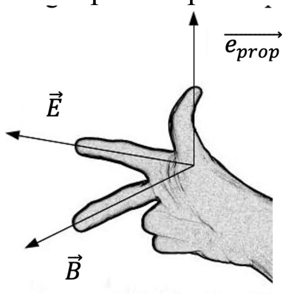
$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\,\pi}{\omega}$$

4. L'onde incidente se propage selon l'axe des z, dans le sens des z croissants.
5. Relation de dispersion :

$$\lambda = c \times T \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{c = \frac{\lambda}{T}}$$

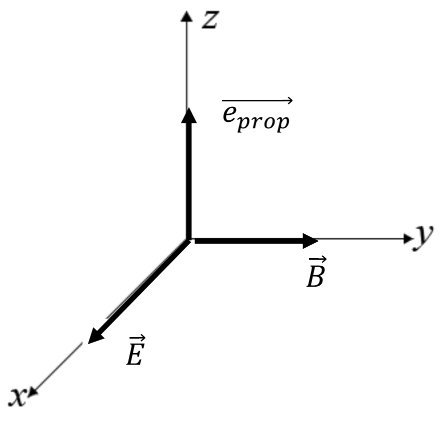
6. L'onde est polarisée selon $\overrightarrow{u_x}$.
7. La **relation de structure dans le vide** est : $B_i = \frac{E_i}{c}$.

$\vec{B}$ est complètement déterminé par la connaissance de $\vec{E}$ via la relation de structure. La norme du champ magnétique a donc pour expression littérale :



$$B_i = \frac{E_i}{c} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)$$

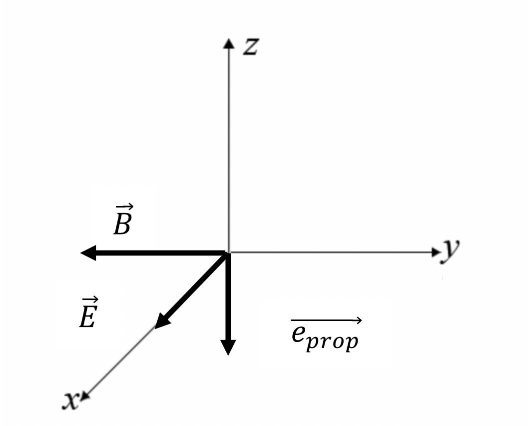
Puis, on applique la règle de la main droite pour déterminer la direction et le sens du champ magnétique.



Le vecteur champ magnétique est donc porté par $\overrightarrow{u_y}$

$$\Rightarrow \qquad \overrightarrow{B_i} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)\ \overrightarrow{u_y}$$

8. Expressions littérales :



$$\overrightarrow{E_r} = E_0 \cos(\omega t + kz)\,\overrightarrow{u_x}$$

Le vecteur champ magnétique est donc porté par $-\overrightarrow{e_y}$:

$$\Rightarrow \qquad \overrightarrow{B_r} = -\frac{E_0}{c}\cos(\omega t + kz)\ \overrightarrow{e_y}$$

Auto-évaluation de l'exercice 10 du TD C11

Réponse	Barème
Question 1 : L'onde se propage selon l'axe $\mathbf{0x}$, dans le **sens positif.**	/ 1
Question 2 : Une puissance moyenne $P_e = 50\ mW$ se répartit sur des sphères de surface $S = 4\ \pi\ d^2$. $$p_{iso} = \frac{P_e}{4\pi d^2}$$ Application numérique : $$p_{iso} = \frac{50 \times 10^{-3}}{4\ \pi\ 10^2} = \mathbf{39,9\ \mu W.m^{-2}}$$	/ 1,5
Question 3 : Valeur de sa longueur d'onde : $$\lambda = c\ T \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8}{400 \times 10^6} = 0,750\ m$$	/ 1,5
TOTAL	/ 4

Auto-évaluation de l'exercice 11 du TD C11

Réponse	Barème
<u>Question 1 :</u> A : direction de propagation B : champ magnétique C : aucun mot de vocabulaire ne correspond D : champ électrique et direction de polarisation E : longueur d'onde	/ 2,5
<u>Question 2 :</u> Une puissance moyenne P se répartit sur des sphères de surface $S = 4\,\pi\,d^2$. $$p_{iso} = \frac{P_e}{4\pi d^2} \Leftrightarrow P_e = p_{iso} \times 4\pi d^2$$ Application numérique : $$P_e = 19{,}1 \times 10^{-6} \times 4\,\pi\,(10 \times 10^3)^2 = \mathbf{2,40 \times 10^4\ W}$$	/ 1,5
<u>Question 3 :</u> Valeur de la puissance surfacique à 20 km de l'émetteur : On sait que l'antenne émet une onde de puissance moyenne $P = 2{,}40 \times 10^{10}\ W$. Donc, cette puissance se répartit sur une sphère de surface $S = 4\,\pi\,d^2$, avec $d = 20\ km$: $$p_{iso} = \frac{P_e}{4\pi d^2} \Leftrightarrow p_{iso} = \frac{2{,}40 \times 10^4}{4\,\pi\,(20 \times 10^3)^2}$$ $$\Leftrightarrow p_{iso} = \mathbf{4,78 \times 10^{-6}\ W.m^{-2}}$$	/ 1,5
<u>Question 4 :</u> Valeur de la distance minimale d'approche de l'antenne, notée d_{min} : $$p_{iso} = \frac{P_e}{4\pi {d_{min}}^2} \Leftrightarrow {d_{min}}^2 = \frac{P_e}{4\pi p_{iso}}$$ $$\Leftrightarrow d_{min} = \sqrt{\frac{P_e}{4\pi p_{iso}}}$$ Application numérique : $$d_{min} = \sqrt{\frac{2{,}40 \times 10^4}{4\pi \times 60}} = \mathbf{5,64\ m}$$	/ 1,5
TOTAL	/ 07

Activité sur les ondes sonores : un peu de réflexion, ça ne fait pas de mal

1.

$Z_2 = 0\ kg.m^{-2}.s^{-1}$	$Z_2 \to +\infty$	$Z_2 = Z_1$
$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{0 - Z_1}{0 + Z_1} = \mathbf{-1}$	$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \approx \frac{Z_2}{Z_2} = \mathbf{1}$	$r = \frac{Z_2 - Z_2}{Z_2 + Z_2} = \mathbf{0}$

2. Si $\boldsymbol{Z_2 = Z_1}$, on a alors $r = 0$: l'onde est transmise sans être réfléchie. On dit qu'on a réalisé une **adaptation d'impédance.**

3. Calcul du coefficient de réflexion en amplitude, noté r , lors du passage de l'air à la peau :

$$r = \frac{Z_{peau} - Z_{air}}{Z_{peau} + Z_{air}}$$

Il faut donc calculer les impédances acoustiques de ces deux milieux :

$$Z_{peau} = \rho \times v = 1{,}5 \times 10^3 \times 1{,}0 \times 10^3 = \mathbf{1{,}5 \times 10^6\ kg.m^{-2}.s^{-1}}$$

$$Z_{air} = \rho \times v = 1{,}2 \times 3{,}4 \times 10^2 = \mathbf{4{,}1 \times 10^2\ kg.m^{-2}.s^{-1}}$$

Donc :

$$r = \frac{Z_{peau} - Z_{air}}{Z_{peau} + Z_{air}} = \frac{1{,}5 \times 10^6 - 4{,}1 \times 10^2}{1{,}5 \times 10^6 + 4{,}1 \times 10^2} = \mathbf{1{,}0}$$

4. Valeur du taux d'onde stationnaire TOS :

$$TOS = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = \frac{1 + 1{,}0}{1 - 1{,}0} \to \infty$$

5. Calcul du coefficient de réflexion en amplitude, noté r , lors du passage de l'eau à la peau :

$$r = \frac{Z_{peau} - Z_{eau}}{Z_{peau} + Z_{eau}}$$

Il faut donc calculer les impédances acoustiques de ces deux milieux :

$$Z_{peau} = \mathbf{1{,}5 \times 10^6\ kg.m^{-2}.s^{-1}}$$

$$Z_{eau} = \rho \times v = 1{,}0 \times 10^3 \times 1{,}5 \times 10^3 = \mathbf{1{,}5 \times 10^6\ kg.m^{-2}.s^{-1}}$$

Donc :

$$r = \frac{Z_{peau} - Z_{eau}}{Z_{peau} + Z_{eau}} = \frac{1{,}5 \times 10^6 - 1{,}5 \times 10^6}{1{,}5 \times 10^6 + 1{,}5 \times 10^6} = \mathbf{0}$$

6. Valeur du taux d'onde stationnaire TOS :

$$TOS = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = \frac{1 + 0}{1 - 0} = 1$$

7. Le gel permet de réaliser une **adaptation d'impédance** entre le lui-même et la peau.