

TP 16 bis de Physique : Résonance en amplitude de systèmes linéaires et analogie
--

Capacités exigibles :

- Savoir identifier la nature d'un filtre à partir de sa courbe d'amplification en fonction de la fréquence (ou la fréquence réduite :  $\frac{f}{f_c}$ ) pour un filtre analogique
- Connaître l'effet du coefficient d'amortissement ou du facteur de qualité pour un filtre du second ordre.
- Utiliser les analogies électriques/mécaniques.

I. Régime sinusoïdal forcé et nature du filtrage d'un système mécanique :

On étudie le mouvement d'une masse notée  $m$ , suspendue à un ressort de raideur notée  $k$  (dont l'unité est le  $kg/s^2$ ), dans le référentiel terrestre considéré galiléen.

On suspend cette masse  $m$  à un ressort vertical : une première position d'équilibre est atteinte, à environ 10 cm du point d'attache  $A$ . **On prend l'origine de l'axe  $Ox$  à la première position d'équilibre du système.** La masse  $m$  est plongée dans un fluide dont le coefficient de frottement visqueux est noté  $\lambda$ , dont l'unité est le  $kg/s$ .

A. Observation des deux types de régimes :

Ouvrir la simulation suivante :

[http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/Meca/Oscillateurs/ressort\\_rsf.php?typanim=Javascript](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Oscillateurs/ressort_rsf.php?typanim=Javascript)

Cette simulation permet d'étudier le système de façon plus complète que l'expérience disponible sur le bureau du professeur.

La représentation temporelle bleue permet de suivre l'évolution de la hauteur du point d'attache  $A$  au cours du temps. La hauteur de ce point d'attache  $A$  est notée  $x_A(t)$  dans la suite du TP : le point d'attache  $A$  voit sa hauteur modifiée au cours du temps sous l'effet du Générateur Très Basses Fréquences (GTBF de 0 Hz à 4 Hz, de pulsation  $\omega = 2\pi f$ ) et de la poulie qui lui est associée.

La représentation temporelle rouge permet de suivre l'évolution de la hauteur de la masse  $m$  au cours du temps. La hauteur de la masse  $m$  est notée  $x(t)$  dans la suite du TP.

Le bouton « Clear » permet d'effacer les représentations temporelles bleue et rouge.

Le bouton « M/A » permet de lancer l'expérience ou de l'arrêter.

Le curseur en dessous de «  $Q =$  » permet de régler le facteur de qualité du système étudié. On rappelle que plus les frottements visqueux sont grands, plus le facteur de qualité  $Q$  du système est faible.

Le graphe en haut à gauche de la simulation ne sera pas exploité.

Premier paramétrage de la simulation :

Mettre le GTBF sur  $f = 4,0$  Hz et le facteur de  $Q = 2,50$ . Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ».

Durant les premières secondes de la simulation :

1. Qualifier à l'aide des adjectifs usuels le signal  $x_A(t)$ .
2. Observer le mouvement de la masse : le signal  $x(t)$  est-il « chaotique » ou peut-il être qualifié à l'aide des mêmes adjectifs que le signal  $x_A(t)$  ?

- Donner le nom du régime observé ici (*aide en début du chapitre 07*)
- Comment nomme-t-on la durée caractéristique de ce régime ? (*aide en début du chapitre 07*)

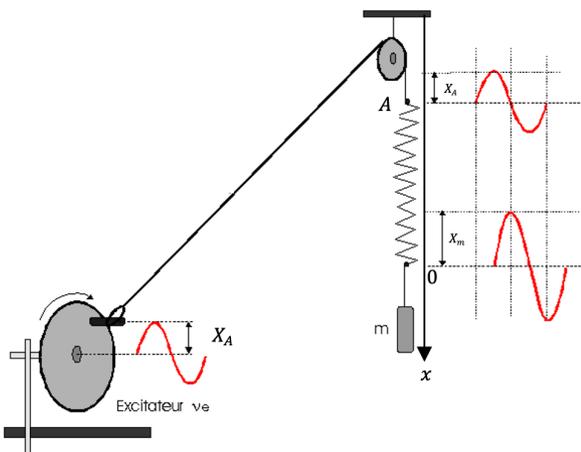
Après les premières secondes de la simulation :

- Le signal  $x(t)$  est-il « chaotique » ou peut-il être qualifié à l'aide des mêmes adjectifs que le signal  $x_A(t)$  ?
- « A l'œil », le signal  $x(t)$  possède-t-il la même fréquence que le signal  $x_A(t)$  ? la même amplitude ?

Pour répondre à la question suivante, vous pouvez faire glisser le signal « du haut » sur celui de bas.

- « A l'œil », le signal  $x(t)$  est-il en phase, en quadrature de phase ou en opposition de phase avec le signal  $x_A(t)$  ?
- Donner le nom du régime observé ici, en justifiant votre réponse.

Pour conclure :



L'extrémité haute du ressort n'étant pas fixe, on donne l'expression littérale de  $x_A$  suivante :

$$x_A(t) = X_A \cos \omega t$$

$X_A$  : amplitude des oscillations du point d'attache A, en mm

$\omega$  : pulsation des oscillations avec  $\omega = 2\pi f$ , en  $\text{rad. s}^{-1}$

- Recopier sur votre copie, parmi les expressions suivantes, celle décrivant l'évolution de  $x(t)$  en régime sinusoïdal forcé :

$$x(t) = X_A \cos(\omega t)$$

$$x(t) = X_A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = \langle x \rangle + X_A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = X_m \cos(\omega t)$$

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = \langle x \rangle + X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

**APPEL 1 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.**



Dans la suite du TP, on se placera toujours en régime sinusoïdal forcé : on attendra toujours que le régime transitoire soit passé avant d'étudier les signaux.

B. Nature du filtrage par simulation :

**Mettre le facteur de qualité sur  $Q = 0,5$**  et la fréquence du GTBF sur  $f = 4,0 \text{ Hz}$ .

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Lancer la simulation.

10. Pour une fréquence  $f = 4,0 \text{ Hz}$  du signal  $x_A(t)$ , l'amplitude du signal  $x(t)$  est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal  $x_A(t)$  ? Les deux signaux sont-ils en phase ? en opposition de phase ? en quadrature de phase ?

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Mettre la fréquence du GTBF sur  $f = 0,1 \text{ Hz}$ . Lancer la simulation.

11. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 0,1 \text{ Hz}$  du signal  $x_A(t)$ , l'amplitude du signal  $x(t)$  est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal  $x_A(t)$  ? Les deux signaux sont-ils en phase ? en opposition de phase ? en quadrature de phase ?
12. Observer le ressort : sa longueur évolue-t-elle au cours du temps ? Se comporte-il comme un ressort ou un fil ?
13. L'amplitude du signal  $x(t)$ , notée  $X_m$  et le déphasage  $\varphi$  du signal  $x(t)$  par rapport au signal  $x_A(t)$  dépendent-ils de la fréquence  $f$  du signal  $x_A(t)$  ?
14. A l'aide de la simulation, qualifier le filtre étudié ici. Justifier votre réponse.

**Mettre le facteur de qualité sur  $Q = 2,50$** , et la fréquence du GTBF sur  $f = 4,0 \text{ Hz}$ .

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Lancer la simulation.

15. Pour une fréquence  $f = 4,0 \text{ Hz}$  du signal  $x_A(t)$ , l'amplitude du signal  $x(t)$  est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal  $x_A(t)$  ? Les deux signaux sont-ils en phase ? en opposition de phase ? en quadrature de phase ?

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Mettre la fréquence du GTBF sur  $f = 0,1 \text{ Hz}$ . Lancer la simulation.

16. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 0,1 \text{ Hz}$  du signal  $x_A(t)$ , l'amplitude du signal  $x(t)$  est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal  $x_A(t)$  ? Les deux signaux sont-ils en phase ? en opposition de phase ? en quadrature de phase ?
17. Observer le ressort : sa longueur évolue-t-elle au cours du temps ? Se comporte-il comme un ressort ou un fil ?
18. L'amplitude du signal  $x(t)$ , notée  $X_m$  et le déphasage  $\varphi$  du signal  $x(t)$  par rapport au signal  $x_A(t)$  dépendent-ils de la fréquence  $f$  du signal  $x_A(t)$  ?
19. A l'aide des questions 11 à 18, déterminer si la nature du filtrage du système **semble** dépendre de la valeur du facteur de qualité  $Q$ . (Attention, deux exemples ne permettent jamais de tirer une règle générale)

20. Recopier et compléter ce paragraphe de conclusion sur votre copie :

Dans les premiers instants, on observe un régime.....(somme du régime libre et du régime forcé), pendant une durée  $\Delta t_{5\%}$ , suivi d'un régime..... (ou régime permanent) où la fréquence du signal  $x(t)$  est identique à celle du signal  $x_A(t)$   
 L'amplitude et le déphasage du signal  $x(t)$  par rapport au signal  $x_A(t)$  .....de la fréquence imposée par le signal  $x_A(t)$  .

**APPEL 2 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.**

II. Résonance en amplitude du système :

A. Influence du facteur de qualité :

**Mettre le facteur de qualité sur  $Q = 2,50$** , et la fréquence du GTBF sur  $f = 0,50 \text{ Hz}$ .

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Lancer la simulation.

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,10 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

21. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,10 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$ ?

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,40 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

22. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,40 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle encore plus grande, encore plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$ ? Les deux signaux sont-ils en phase ? en opposition de phase ? en quadrature de phase ?

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,80 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

23. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,80 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle encore plus grande, encore plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$ ?

Le système mécanique étudié est passif (il « fonctionne » sans apport d'énergie extérieure)

24. Pour  $Q = 2,50$ , le système amplifie-t-il l'amplitude du signal, autour de  $f = 1,40 \text{ Hz}$  ?

**Mettre le facteur de qualité sur  $Q = 0,50$** , et la fréquence du GTBF sur  $f = 0,50 \text{ Hz}$ .

Mettre le système à l'arrêt (attendre que la masse soit à l'équilibre) puis appuyer rapidement sur « Clear » et le bouton « Marche ». Lancer la simulation.

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,10 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

25. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,10 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle plus grande, plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$ ?

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,40 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

26. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,40 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle encore plus grande, encore plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$ ?

Puis augmenter la fréquence  $f$  jusqu'à  $f = 1,80 \text{ Hz}$  : attendre que le régime transitoire disparaisse à chaque fois.

27. Pour une fréquence du signal d'entrée  $f = 1,80 \text{ Hz}$ , l'amplitude  $X_m$  du signal de sortie est-elle encore plus grande, encore plus faible ou identique à celle du signal d'entrée, notée  $X_A$  ?

28. Observe-t-on le même phénomène, nommé « résonance en amplitude », pour  $Q = 0,50$  et  $Q = 2,50$  ?

29. Recopier et compléter ce paragraphe de conclusion :

Pour ce système d'ordre 02 dont la nature du filtrage est ..... :

Lorsque  $Q > 0,707$ , il existe une fréquence du signal d'entrée pour laquelle l'amplitude du signal de sortie est plus ..... et que l'amplitude du signal d'entrée est maximale.

Cette fréquence du signal d'entrée est appelée fréquence de ..... du système et est notée  $f_r$ .

Pour cette fréquence du signal d'entrée, si  $Q$  est grand, le signal de sortie est déphasé d'environ ..... par rapport au signal d'entrée.

Si  $Q > 0,707$ , on observe alors une ..... en amplitude du système.

### APPEL 3 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

#### B. Etude théorique par simulation sur Python :

On rappelle que la transmittance isochrone de ce système (passe-bas d'ordre 02) a pour expression littérale :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

On a aussi  $\omega = 2\pi f$  et  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

30. Déterminer l'expression littérale de la transmittance isochrone en fonction de la fréquence  $f$ , notée  $\underline{T}(jf)$ .

On souhaite tracer l'évolution du module de la transmittance  $|\underline{T}(jf)| = \frac{X_m}{X_A}$  en fonction de la fréquence  $f$  du signal d'entrée, pour plusieurs facteurs de qualité du système :

$$Q = 2,50 ; Q_1 = 1,50 ; Q_2 = 0,707 ; Q_3 = 0,50$$

Ouvrir le script nommé « TP18\_module\_T.py » puis compléter les lignes vides à l'aide de :

- la grandeur «  $1j$  » qui signifie le nombre complexe «  $j$  »
- la fonction `abs()` qui permet de calculer le module d'une grandeur complexe.

Lancer l'exécution du script.

### APPEL 4 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

On donne la valeur de la fréquence propre du système :  $f_0 = 1,50 \text{ Hz}$  (fréquence des oscillations lorsque le système n'est soumis à aucun frottement ni à aucune excitation extérieure).

31. Lorsque c'est possible, déterminer la fréquence de résonance, notée  $f_r$  et la valeur maximale du rapport  $\frac{X_m}{X_A}$ .

32. Compléter la phrase suivante sur votre fiche réponse :

Plus le facteur de qualité est élevé, plus le phénomène de résonance est .....et plus la fréquence de résonance  $f_r$  s'approche de la fréquence.....du système. Pour un facteur de qualité élevé, le rapport des amplitudes  $\frac{X_m}{X_A}$  est proche de la valeur du .....

33. Pour  $Q \gg 0,707$  (c'est-à-dire lorsque la résonance en amplitude est prononcée), qualifier la nature du filtrage du système (autour de la fréquence de résonance).

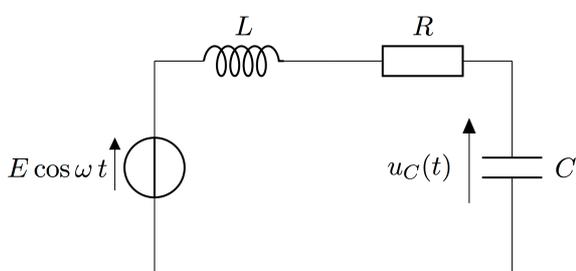
A l'aide de l'expérience réalisée par le professeur en début de séance, répondre aux questions suivantes :

34. Le facteur de qualité du système présent sur la paillasse professeur est-il plus petit ou plus grand que  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (= 0,707) ? Justifier votre réponse.

**APPEL 5 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.**

III. Résonance en amplitude d'un système électrique :

A. Présentation du système : réponse fréquentielle



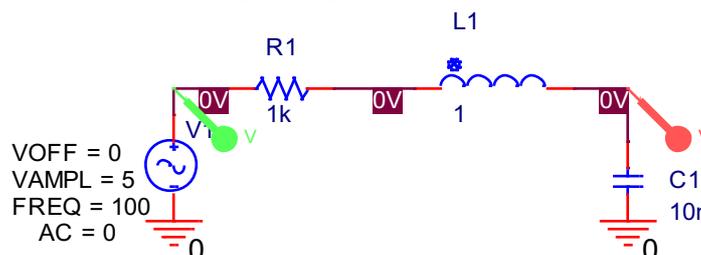
On étudie le système électrique ci-contre composé d'une bobine idéale d'inductance  $L$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R$  et d'un condensateur, de capacité  $C$  : le signal  $e(t)$ , délivré par un GBF, est sinusoïdal, de pulsation  $\omega$  tel que :

$$e(t) = E \cos \omega t$$

Le signal de sortie est  $u_C$ .

B. Étude par simulation du système électrique :

On simule le système étudié, à l'aide d'un logiciel spécialisé :



On donne  $C = 10,00 \text{ nF}$ ,  $L = 1,000 \text{ H}$  et  $R = 1000 \text{ } \Omega$  et  $E = 5,0 \text{ V}$

Le facteur de qualité a pour expression :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

La fréquence propre du système a pour expression :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La fréquence de résonance du système, notée  $f_r$ , a pour expression théorique :

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

35. Calculer le facteur de qualité  $Q$  du système, sa fréquence propre  $f_0$  et sa fréquence de résonance  $f_r$ .
36. A l'aide du travail effectué sur le système mécanique, prévoir les phénomènes observés sur le signal de sortie (régimes, amplitude, déphasage) si le signal d'entrée à une fréquence  $f = 100 \text{ Hz}$ , puis  $f = 1588 \text{ Hz}$  et enfin  $f = 5000 \text{ Hz}$ .
37. Vérifier vos prévisions à l'aide des simulations (en annexe 01) faite par le professeur.

On a maintenant  $C = 10,00 \text{ nF}$ ,  $L = 1,000 \text{ H}$  et  $R = 100,0 \text{ k}\Omega$ .

38. Calculer le facteur de qualité du système : le phénomène de résonance en amplitude est-il observable ici ? Justifier votre réponse.
39. Prévoir les phénomènes observés sur le signal de sortie (amplitude, déphasage) si le signal d'entrée à une fréquence  $f = 100 \text{ Hz}$ , puis  $f = 1588 \text{ Hz}$  et enfin  $f = 5000 \text{ Hz}$ .
40. Vérifier vos prévisions à l'aide des simulations (en annexe 02) faite par le professeur.

**APPEL 6 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.**