

Capacités exigibles :

- Choisir un type de filtre en fonction d'un traitement fréquentiel donné.
- Exploiter la réponse fréquentielle d'un système linéaire pour identifier ses paramètres caractéristiques (amplification, pulsation de coupure, ordre).
- Tracer et exploiter un diagramme de Bode pour identifier les propriétés d'un filtre.
- Utiliser les fonctions d'approximation : Butterworth, Chebychev à l'aide d'un logiciel de simulation.

Capacités expérimentales :

- Utiliser le code Python afin de tracer des courbes.
- Réaliser une série d'acquisition d'un signal grâce à Python
- Réalisation de diagramme de Bode à l'aide de la carte SYSAM-SP5

Travail préparatoire (à faire à la maison) :

Rédiger l'ensemble des réponses aux questions de l'appel 0, sur une copie double, qui sera ramassée au début de la séance.

I. Situation problème :

Un technicien étudie un signal $s(t)$ sinusoïdal alternatif analogique de fréquence $f = 1000 \text{ Hz}$ et d'amplitude $E = 5,00 \text{ V}$. Sur l'annexe 00 du TP, est donné le spectre en amplitude du signal analogique $s(t)$. Il souhaite échantillonner ce signal $s(t)$ à l'aide d'un échantillonneur simple : il choisit une fréquence d'échantillonnage $f_e = 3000 \text{ Hz}$.

1. Son choix de fréquence d'échantillonnage est-il pertinent ? Justifier votre réponse en citant le critère utilisé. Le spectre du signal analogique $s(t)$ est représenté sur l'annexe 00.
2. Sur l'annexe 00 du TP, tracer le spectre du signal échantillonné, noté $s_e(t)$.

Le technicien souhaite retrouver le signal analogique $s(t)$ à partir du signal échantillonné $s_e(t)$: il décide d'utiliser un système passe-bas.

3. Recopier et compléter la représentation symbolique suivante à l'aide du filtre choisi par le technicien :



4. Choisir, parmi les fréquences suivantes, la fréquence de coupure f_c à -3dB du passe-bas, pertinente :

450 Hz ; 963 Hz ; 1500 Hz ; 2010 Hz ; 3010 Hz

Aucun système de filtrage n'étant parfait, le technicien souhaite que l'amplitude des raies dues à l'échantillonnage (restante après filtrage du signal $s_e(t)$) soit au maximum égale à $U_m = 0,050 \text{ V}$.

5. Calculer le gain en décibel, noté G_{dB} , correspond à cette valeur maximale de U_m . On rappelle que :

$$G_{dB} = 20 \times \log\left(\frac{U_m}{E}\right)$$

6. Recopier et compléter le cahier des charges fixé par le technicien :
- Le système doit être un passe-bas de fréquence de coupure à $-3dB$, $f_c =$
 - Pour des fréquences d'entrée supérieures ou égales à $f_e - f =$, le gain du système doit-être de $G_{dB} =$ ou moins.

II. Choix d'un système passe-bas d'ordre 2 :

Dans le but de compléter son cahier des charges, le technicien place en entrée d'un système passe-bas d'ordre 2, le signal $s_e(t)$. Il espère ainsi retrouver en sortie de ce système, le signal analogique $s(t)$.

La forme canonique de la transmittance isochrone complexe de ce type de système est :

$$\underline{T}(jf) = \frac{T_0}{1 - \frac{f^2}{f_0^2} + j \frac{f}{Qf_0}}$$

avec T_0 : amplification statique, sans unité

f_0 : fréquence propre du système, en Hz

Q : facteur de qualité du système, sans unité.

Il fixe $f_0 = 1500 \text{ Hz}$, $H_0 = 1$ et hésite entre plusieurs valeurs du facteur de qualité Q : 0,500 ou 0,707 ou 5,00.

7. Quelle valeur du facteur de qualité Q peut-il éliminer ? Justifier votre réponse.

Premier test :

Il décide de prendre $f_0 = 1500 \text{ Hz}$, $H_0 = 1$ et $Q = 0,500$. Le diagramme de Bode en gain du système passe-bas d'ordre 2 obtenu à l'aide de Python, est donné en annexe 01.

8. Déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c . On fera apparaître les traits de construction.
9. Ce système remplit-il le cahier des charges du technicien ? Justifier votre réponse.

Deuxième test :

Il décide de changer son système passe-bas précédent : il décide de prendre $f_0 = 1500 \text{ Hz}$, $T_0 = 1$ et $Q = 0,707$. Le diagramme de Bode en gain du nouveau système passe-bas d'ordre 2 obtenu à l'aide de Python, est donné en annexe 02.

10. Déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c . On fera apparaître les traits de construction.
11. Quel lien mathématique simple existe-il entre f_c et f_0 si $Q = 0,707$?
12. Déterminer graphiquement la valeur théorique approchée du gain du système, à la fréquence $f_e - f$ (celle de la première raie due à l'échantillonnage).
13. Ce système remplit-il le cahier des charges du technicien ? Justifier votre réponse.
14. Proposer une solution afin de remplir le cahier des charges.

APPEL 0 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Introduction de la partie pratique du TP : début de la séance de TP

Afin de restituer un signal analogique $s(t)$ à partir d'un signal échantillonné $s_e(t)$, un technicien doit mettre en place un système passe-bas.

La solution technique doit répondre au cahier des charges suivant :

- le système doit être un passe-bas, de fréquence de coupure à $-3dB$: $f_c = 1500 \text{ Hz}$ (comprise entre 1000 et 2000 Hz)
- pour des fréquences d'entrée supérieures ou égales 2000 Hz (fréquence de la première raie due à l'échantillonnage), le gain du système doit-être de $G_{dB} = -40 \text{ dB}$ ou moins.

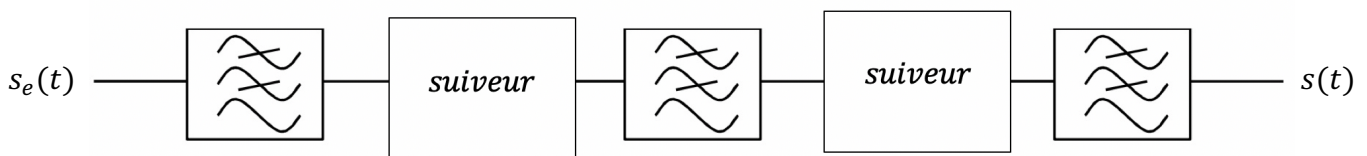
L'objectif de ce TP est de trouver un système répondant au cahier des charges, au prix le moins élevé possible.

III. Utilisation d'un système passe-bas d'ordre 6 pour répondre au cahier des charges :

A. Obtention du diagramme de Bode théorique de ce système :

Selon votre travail préparatoire, un système passe-bas d'ordre 2 ne suffit pas pour répondre au cahier des charges : le technicien (qui n'est pas au bout de ses peines) décide donc d'augmenter l'ordre du système afin d'atténuer davantage les fréquences supérieures à $f_c = 1500 \text{ Hz}$.

Il décide de tester un système **passe-bas d'ordre 6**. Pour le créer, il enchaîne en cascade, trois systèmes passe-bas d'ordre $n = 2$, de même fréquence propre $f_0 = 1500 \text{ Hz}$, $T_0 = 1$ et de facteur de qualité $Q = 0,707$. Il interpose un système suiveur entre chaque système.



Les systèmes suiveurs permettent d'assurer que la transmittance isochrone complexe du système entier correspond à la multiplication des transmittances de chacun des sous-systèmes.

15. Déterminer la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c , de chaque sous-système passe-bas d'ordre 2, en justifiant votre réponse.

Ouvrir le logiciel EDUPYTHON. Ouvrir le fichier nommé « TP18bis_ordre_06.py ». Ce script permet de calculer le gain G_{dB} pour des fréquences comprises entre 10^1 Hz et 10^5 Hz . Il permet d'obtenir le diagramme théorique de Bode en gain du système.

Ce script est incomplet : il faut entre autres, saisir l'expression de $\underline{T}(jf)$ pour un passe-bas d'ordre 6, nommé T6. On rappelle que le gain en décibel G_{dB} pour un système linéaire est défini ainsi :

$$G_{dB} = 20 \times \log|\underline{T}(jf)|$$

Aide pour Python :

Le module d'un nombre complexe se détermine à l'aide de la fonction `np.abs()`. La fonction « puissance » se rédige par « `**` ». La fonction log se rédige « `np.log10()` ». Compléter les lignes vides de ce script à l'aide des commentaires présents sur chacune des lignes.

Lancer l'exécution du code.

APPEL 1 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Mettre la courbe obtenue **en plein écran**, puis enregistrer au format PDF la courbe obtenue. **Ouvrir et imprimer le fichier PDF** au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

B. Test du système simulé d'ordre 6:

Respect du cahier des charges :

16. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c . On fera apparaître les traits de constructions sur son impression.
17. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique du gain correspondant à la fréquence de la première raie due à l'échantillonnage ($f_e - f = 2000 Hz$). On fera apparaître les traits de constructions sur son impression.
18. Ce système remplit-il le cahier des charges du technicien ? Justifier votre réponse.

Fréquence propre et ordre du système :

19. Tracer, sur votre impression, au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à basses fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à basses fréquences, en $dB/décade$.
20. Tracer, sur votre impression, au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à hautes fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à hautes fréquences, en $dB/décade$.
21. A l'aide des pentes des asymptotes, vérifier que l'ordre du système mesuré graphiquement est bien celui attendu par le technicien.
22. Déterminer graphiquement la valeur approchée de f_0 . On fera apparaître les traits de constructions sur son impression. Noter la valeur de f_0 sur votre copie.

Facteur de qualité du système :

23. Pour ce système d'ordre 6, a-t-on $f_c = f_0$?
24. Le facteur de qualité de ce système d'ordre 6 est-il égal à 0,707 ?
25. Est-ce une idée pertinente d'ajouter un passe-bas d'ordre 2 à la précédente chaîne, afin d'obtenir un système d'ordre 8 (donc une atténuation encore plus importante) ?

APPEL 2 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

C. Pour aller plus loin : gabarit issu du cahier des charges

Imprimer à nouveau le fichier PDF précédent au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

26. Sur cette nouvelle impression, tracer le gabarit imposé par le cahier des charges du technicien.
27. Le système d'ordre 6 valide-t-il le gabarit issu du cahier des charges ?

APPEL 3 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

IV. Solution technique utilisant l'approximation de Butterworth :

Le technicien (que vous êtes, ou presque) se pose alors cette excellente question :

Comment obtenir une atténuation importante ($G_{dB} = -40 dB$ à $2000Hz$), tout en conservant une fréquence de coupure à $-3dB$ de $1500 Hz$?

A. Obtention du diagramme de Bode théorique du système Butterworth d'ordre 6 :

Le technicien propose d'utiliser un système passe-bas d'ordre 6 respectant l'approximation de Butterworth.

Lire le paragraphe V.B du chapitre 09.

Ouvrir le fichier nommé « *TP18bis_butter_main.py* ». Ce script permet de calculer le gain G_{dB} pour des fréquences comprises entre $10^1 Hz$ et $10^5 Hz$. Il trace enfin le diagramme théorique de Bode en gain du système passe-bas d'ordre 6 respectant l'approximation de Butterworth.

Ce script est incomplet : il faut notamment saisir l'expression de s à la ligne 13, de $\underline{T}(jf)$ à la ligne 15.

Aide pour Python :

La fonction « puissance » se rédige par « ** ». Le nombre j se rédige « $1j$ ».

Compléter les lignes vides de ce script à l'aide des commentaires présents sur chacune des lignes.

Lancer l'exécution du code.

Une fois le diagramme de Bode en gain obtenu à l'aide de Python, réaliser l'appel suivant :

APPEL 4 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Mettre la courbe obtenue **en plein écran**, puis enregistrer au format PDF la courbe obtenue. **Ouvrir et imprimer le fichier PDF** au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

B. Test du système de Butterworth d'ordre 6:

Respect du cahier des charges :

28. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c , de ce système.

29. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique du gain correspondant à la fréquence de la première raie due à l'échantillonnage ($f_e - f = 2000 Hz$).

30. Ce système remplit-il le cahier des charges du technicien ? Justifier votre réponse.

Fréquence propre et ordre du système :

31. Tracer, sur votre impression, au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à basses fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à basses fréquences, en $dB/décade$.

32. Tracer au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à hautes fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à hautes fréquences, en $dB/décade$.

33. A l'aide des pentes des asymptotes, vérifier que l'ordre du système mesuré graphiquement est bien celui attendu par le technicien.

34. Déterminer graphiquement la valeur approchée de f_0 . On fera apparaître les traits de constructions sur son impression.

Facteur de qualité du système :

35. Pour ce système de Butterworth d'ordre 6, a-t-on $f_c = f_0$?

36. Le facteur de qualité de ce système d'ordre 6 est-il égal à 0,707 ?

37. Conclure sur l'intérêt de l'utilisation de ce système de Butterworth d'ordre 6 par rapport au précédent système d'ordre 6.

Utilisation du gabarit :

Imprimer à nouveau le fichier PDF précédent au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

38. Sur cette nouvelle impression, tracer le gabarit imposé par le cahier des charges du technicien.

39. Le système d'ordre 6 valide-t-il le gabarit issu du cahier des charges ?

APPEL 5 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

C. Système passe-bas d'ordre n de Butterworth :

Le technicien est heureux ! Il peut enfin contrôler la fréquence de coupure à $-3dB$ (et donc la bande passante) d'un système d'ordre quelconque, mais l'atténuation de son précédent système n'est toujours pas suffisante pour valider la condition $G_{dB} = -40 dB$ (ou moins) à $2000Hz$.

Il doit donc augmenter l'ordre de son système passe-bas, respectant l'approximation de Butterworth.

Ouvrir le fichier « TP18bis_butter.py ». Il a été laborieux de saisir à la main, l'expression littérale de $T(jf)$ pour un ordre 6 de type Butterworth. Vous pouvez imaginer ce que cela donne pour un ordre 20 ou 30 ou 252...

Afin d'alléger la rédaction du code sur Python, nous allons utiliser la fonction « signal.butter ». Pour comprendre comment cette fonction doit-être paramétrée, ouvrir la *fiche méthode expérimentale 08*.

Le technicien doit trouver une solution technique répondant au cahier des charges, la moins onéreuse possible. Plus l'ordre d'un système augmente, plus le système nécessite de composants pour le réaliser.

A l'aide de la *fiche méthode expérimentale 08*, compléter la ligne 8 du script afin d'obtenir un système passe-bas permettant de remplir le cahier des charges, tout en ayant le coût le moins élevé possible.

40. Écrire sur votre copie, la valeur de l'ordre n trouvé.

APPEL 6 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Mettre la courbe obtenue **en plein écran**, puis enregistrer au format PDF la courbe obtenue. **Ouvrir et imprimer le fichier PDF** au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille. Compléter le titre en indiquant l'ordre du système.

Vérification de l'ordre du système :

41. Tracer au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à hautes fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à hautes fréquences, en $dB/décade$.

42. A l'aide des pentes des asymptotes, vérifier que l'ordre du système mesuré graphiquement est bien celui attendu.

Utilisation du gabarit :

43. Sur votre impression, tracer le gabarit imposé par le cahier des charges du technicien.

44. Votre solution valide-t-elle le gabarit issu du cahier des charges ?

APPEL 7 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

La solution au problème du technicien étant trouvé, on pourrait le laisser poursuivre sa vie, le laisser être heureux, voyager, apprécier le temps passer avec ses amis, aider les personnes dans le besoin, devenir membre actif d'une association veillant à l'inclusion de tous dans notre société...

Mais l'ordre de la solution technique étant très élevé, son portefeuille le pousse à chercher une solution moins onéreuse. Dure réalité de la vie.

V. Solution technique utilisant l'approximation de Chebyshev :

A. Obtention du diagramme de Bode théorique du système Chebyshev :

Le technicien décide de tester un système passe-bas utilisant l'approximation de Chebyshev, espérant ainsi diminuer l'ordre du système passe-bas validant son cahier des charges.

Ouvrir le fichier « TP18bis_cheby.py ». De la même façon que précédemment, afin d'alléger la rédaction du code sur Python, nous allons utiliser la fonction « signal.cheby1 ». Pour comprendre comment cette fonction doit-être paramétrée, ouvrir la *fiche méthode expérimentale 08*.

A l'aide de la *fiche méthode expérimentale 08*, compléter la ligne 8 du script afin d'obtenir un système passe-bas d'ordre 17, ayant une fréquence de coupure à $-3dB$ de 1500 Hz.

Une fois le diagramme de Bode en gain obtenu à l'aide de Python, réaliser l'appel suivant :

APPEL 8 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

B. Test du système de Chebyshev d'ordre 17:

Respect du cahier des charges :

45. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c , de ce système.
46. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique du gain correspondant à la fréquence de la première raie due à l'échantillonnage.
47. Faut-il augmenter ou diminuer l'ordre du système pour diminuer le coût de la solution technique, tout en respectant le cahier des charges ?

C. A la recherche de l'ordre juste :

A l'aide de la **fiche méthode expérimentale 08**, modifier la ligne 8 du script ainsi que le titre du graphe (ligne plt.title) afin d'obtenir un système passe-bas permettant de remplir le cahier des charges, tout en ayant un ordre le plus faible possible.

48. Écrire sur votre copie, la valeur de l'ordre n trouvé.

Sur la ligne plt.yticks, changer la valeur -750 en -300 puis relancer l'exécution du script.

APPEL 9 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Mettre la courbe obtenue **en plein écran**, puis enregistrer au format PDF la courbe obtenue. **Ouvrir et imprimer le fichier PDF** au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

D. Test du système de Chebyshev précédent :

Vérification de l'ordre du système et de la fréquence de coupure :

49. A l'aide des outils de Python, déterminer graphiquement la valeur théorique de la fréquence de coupure à $-3dB$, notée f_c , de ce système.
50. Tracer au crayon à papier, l'asymptote à la courbe $G_{dB}(f)$ à hautes fréquences. En déduire la pente de l'asymptote à hautes fréquences, en $dB/décade$.
51. A l'aide des pentes des asymptotes, vérifier que l'ordre du système mesuré graphiquement est bien celui attendu par le technicien.

Utilisation du gabarit :

52. Sur votre impression, tracer le gabarit imposé par le cahier des charges du technicien.
53. Votre solution valide-t-elle le gabarit issu du cahier des charges ?

Avantage et inconvénient de l'approximation de Chebyshev :

54. Faire un zoom autour de la fréquence de coupure $-3dB$: comment évolue le gain dans la bande passante ?
55. Recopier et compléter la phrase suivante : « L'approximation de Chebyshev permet de remplir le cahier des charges avec un système d'ordre plus que l'approximation de Butterworth. Les systèmes de Butterworth permettent cependant d'obtenir un gain plus dans la bande passante que ceux de Chebyshev. »

APPEL 10 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

La joie se lit sur le visage du technicien : il a enfin une solution technique à moindre coût ! Il prépare ses valises pour la Thaïlande : à lui la plage, les coraux, le repos...

« Plait-il, M.Brugère (le nom de son patron acariâtre), vous changez le cahier des charges ? ». Le visage du technicien se décompose. « Vous voulez une solution technique se rapprochant davantage d'un système passe-

bas idéal. Mais bien sûr, je vous suis dévoué, corps et âme. J'annule mon voyage. Ne me payez pas pour me remercier, ce serait indécent. »

E. Fréquence de coupure à $-1dB$:

Le technicien (blasé) doit trouver une solution technique identique à la précédente (Chebyshev) mais avec une bande passante moins atténuée. Actuellement, la bande passante est définie à $-3 dB$. Il souhaite obtenir une bande passante $-1 dB$.

L'approximation de Chebyshev a un avantage en plus : elle permet d'obtenir une fréquence de coupure à $-1dB$. Ainsi, les fréquences appartenant à la bande passante du passe-bas et étant proche de f_c sont moins atténuées qu'avec l'approximation de Butterworth.

Ouvrir le fichier « TP18bis_gabarit.py ». Afin d'alléger la rédaction du code sur Python, nous allons utiliser la même fonction que précédemment : « signal.cheby1 ». Paramétrer correctement cette fonction puis lancer l'exécution du script.

56. A l'aide des outils de Python, déterminer les coordonnées des points *A* et *P* du gabarit tracé en gris.

A l'aide de la *fiche méthode expérimentale 08*, modifier la ligne 8 du script afin d'obtenir un système dont la courbe de gain respecte le gabarit (c'est-à-dire le cahier des charges).

57. Écrire sur votre copie, la valeur de l'ordre n trouvé.

Dans le script, changer l'ordre indiqué dans le titre puis relancer l'exécution du script.

APPEL 11 : Appeler le professeur afin qu'il valide et note votre travail.

Mettre la courbe obtenue **en plein écran**, puis enregistrer au format PDF la courbe obtenue. **Ouvrir et imprimer le fichier PDF** au format paysage, en ajustant l'échelle du graphe à la feuille.

Le technicien peut enfin souffler... Il a LA solution ! « Plait-il, M. Brugère ? Se reposer ? Moi ? Non ! Donnez-moi encore du travail, s'il vous plait ». Le technicien souffre apparemment du syndrome de Stockholm...