

❖ **Variabilité de la mesure :**

1. Identifier dans les exemples suivants la cause principale de la variabilité des valeurs mesurées :

Processus expérimental	Cause principale de la variabilité
	Utilisation de multiples instruments de mesures semblant pourtant identiques
Un étudiant mesure la longueur d'une table avec un double décimètre puis avec un mètre ruban. Les valeurs mesurées ne sont pas identiques.	Multiples méthodes de mesure (ou appareils de mesure différents)
Un étudiant mesure la célérité des ondes sonores en salle A110. Il mesure via le même protocole, cette mesure en salle B205. Les valeurs mesurées ne sont pas identiques.	Variation de la température de l'air
Un étudiant mesure la célérité des ondes sonores en salle A110. Un deuxième étudiant mesure la célérité des ondes sonores en salle A110. Les valeurs mesurées ne sont pas identiques.	Multiples expérimentateurs

❖ **Rédaction d'un mesurage :**

Un étudiant réalise le mesurage d'une longueur notée l : il obtient $l_{exp} = 12,0 \text{ mm}$ (avec une règle graduée au mm). L'étudiant calcule l'incertitude-type correspondante et trouve $0,0288 \text{ mm}$.

2. Rédiger le résultat du mesurage, en mm :

On arrondit l'incertitude-type à 2 chiffres significatifs et on écrit donc :

$$l_{exp} = 12,0 \text{ mm}; \quad u(l) = 0,029 \text{ mm}$$

Puis il faut que le dernier chiffre de de la valeur expérimentale est la même position que le dernier chiffre de l'incertitude type :

$$l_{exp} = 12,000 \text{ mm}; \quad u(l) = 0,029 \text{ mm}$$

3. Rédiger le résultat du mesurage, en *mètre*:

$$l_{exp} = 12,000 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad u(l) = 0,029 \times 10^{-3} \text{ m}$$

4. Rédiger le résultat du mesurage en écriture scientifique, en mètre :

$$l_{exp} = 1,2000 \times 10^{-2} m; \quad u(l) = 0,029 \times 10^{-3} m$$

$$l_{exp} = 1,2000 \times 10^{-2} m; \quad u(l) = 0,0029 \times 10^{-2} m$$

❖ **Les deux types d'incertitude-type :**

5. Pour le mesurage précédent de la longueur l , déterminer le type d'incertitude-type :

Incertitude-type de type B car l'expérimentateur n'observe pas la variabilité de la mesure (la répétition de la mesure avec la même règle et le même expérimentateur conduit à la même la valeur mesurée).

❖ **Incertitude-type de type A :**

Un étudiant réalise le mesurage de la valeur de la tension constante (ou dite « tension continue ») délivrée par un générateur de tension (modèle AL 994). La valeur de référence de cette tension est $U_{ref} = 5,0 V$

Il utilise 4 voltmètres différents et constate une variation des valeurs mesurées pour chaque voltmètre. Il rédige dans le tableau ci-dessous le résultat de 5 valeurs mesurées pour chaque voltmètre.

6. Compléter les tableaux suivants :

Voltmètre	Valeurs mesurées	Moyenne arithmétique \bar{U}
W	{4,8 V ; 4,9 V ; 4,3V ; 5,7V ; 4,3V}	$\bar{U} = \frac{4,8 + 4,9 + 4,3 + 5,7 + 4,3}{5} = 4,8 V$
X	{4,80 V ; 4,90 V ; 5,30 V ; 5,77V ; 4,23V}	$\bar{U} = \frac{4,80 + 4,90 + 5,30 + 5,77 + 4,23}{5} = 5,0 V$
Y	{4,6 V ; 4,7 V ; 4,8V ; 5,0V ; 4,9V}	$\bar{U} = \frac{4,8 + 4,9 + 5,0 + 4,6 + 4,7}{5} = 4,8 V$
Z	{4,90 V ; 4,95 V ; 5,00 V ; 5,10V ; 5,05V}	$\bar{U} = \frac{4,90 + 4,95 + 5,00 + 5,10 + 5,05}{5} = 5,0 V$

Voltmètre	Valeurs mesurées	Incertitude-type $u(U)$ pour une des mesures
W	{4,8 V ; 4,9 V ; 4,3V ; 5,7V ; 4,3V}	0,574 V donc 0,58 V
X	{4,80 V ; 4,90 V ; 5,30 V ; 5,77V ; 4,23V}	0,576 V donc 0,58 V
Y	{4,6 V ; 4,7 V ; 4,8V ; 5,0V ; 4,9V}	0,158 V donc 0,16 V
Z	{4,90 V ; 4,95 V ; 5,00 V ; 5,10V ; 5,05V}	0,0791 V donc 0,080 V

7. Rédiger le résultat de la mesure pour une unique observation, à savoir la première valeur mesurée de la tension U , réalisé avec le voltmètre Z :

$$\begin{cases} U_{mes} = 4,90 \text{ V} \\ u(U) = 0,080 \text{ V} \end{cases}$$

On rédige alors :

$$U_{mes} = 4,900 \text{ V} ; u(U) = 0,080 \text{ V}$$

8. Rédiger le résultat de la mesure pour une unique observation, à savoir la dernière valeur mesurée de la tension U , réalisé avec le voltmètre Z :

On rédige de même :

$$U_{mes} = 5,050 \text{ V} ; u(U) = 0,080 \text{ V}$$

9. Rédiger le résultat du mesurage pour l'ensemble des observations de la tension U , réalisé avec le voltmètre X :

On a :

$$\begin{cases} U_{exp} = \bar{U} = 5,0 \text{ V} \\ u(\bar{U}) = \frac{u(U)}{\sqrt{N}} \text{ donc } u(\bar{U}) = \frac{0,576}{\sqrt{5}} = 0,257595031 \text{ V (écriture à éviter)} \end{cases}$$

On ne garde que 2 CS pour l'incertitude-type : $u(\bar{U}) = 0,26 \text{ V}$

Le résultat du mesurage est donc :

$$U_{exp} = 5,00 \text{ V} ; u(\bar{U}) = 0,26 \text{ V}$$

10. Rédiger le résultat du mesurage pour l'ensemble des observations de la tension U , réalisé avec le voltmètre Z :

On a :

$$\begin{cases} U_{exp} = \bar{U} = 5,0 \text{ V} \\ u(\bar{U}) = \frac{u(U)}{\sqrt{N}} \text{ donc } u(\bar{U}) = \frac{0,0791}{\sqrt{5}} = 0,036 \text{ V} \end{cases}$$

Le résultat du mesurage est donc :

$$U_{exp} = 5,000 \text{ V} ; u(\bar{U}) = 0,036 \text{ V}$$

❖ **Résultat d'un mesurage d'une masse avec une balance « à aiguille » (ou analogique) :**

Une personne se pèse en utilisant un pèse-personne (balance à aiguille / analogique) : l'aiguille se positionne comme sur la photo ci-contre. Si la personne descend du pèse-personne et qu'elle y remonte, l'aiguille se positionne à l'identique.

11. Rédiger le résultat du mesurage, en kg et en écriture scientifique :

$$m_{exp} = m_{mes} = 42 \text{ kg}$$

$$u(m) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\text{demi-graduation}}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,29 \text{ kg}$$

Donc :

$$m_{exp} = 42,00 \text{ kg} ; u(m) = 0,29 \text{ kg}$$

$$m_{exp} = 4,200 \times 10^1 \text{ kg} ; u(m) = 0,029 \times 10^1 \text{ kg}$$

❖ **Résultat d'un mesurage d'une résistance avec l'ohmmètre Métrix MX579 :**

Une étudiante réalise le mesurage de la résistance R d'un conducteur ohmique à l'aide du multimètre MX579, en étant sur le calibre 200 Ω . L'appareil indique une valeur fixe comme sur la photo ci-après.



Un extrait de la fiche technique est donné ci-dessous :

RESISTANCES:

Calibre	Résolution	Précision $\pm(n\%L + mUR^*)$	Coeff. de Ture.	Courant nomi- nal	Protec- tion
200 Ω	10m Ω	0,2 % + 5 UR	2E-4/K	1mA	380V-
2k Ω	100m Ω	0,2 % + 2 UR	"	"	"
20k Ω	1 Ω	0,1 % + 3 UR	"	10 μ A	"
200k Ω	10 Ω	"	"	1 μ A	"
2M Ω	100 Ω	0,2 % + 3 UR	"	0,1 μ A	"
20M Ω	1k Ω	0,3 % + 3 UR	3E-4/K	"	"

12. Rédiger le résultat du mesurage, en écriture scientifique, en ohm :

Incertitude-type de type B car l'expérimentateur n'observe pas la variabilité de la mesure

$$R_{exp} = 111,03 \Omega$$

$$u(R) = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ avec } a = 0,2\% \times 111,03 + 5 \times 0,01$$

Donc :

$$u(R) = \frac{0,002 \times 111,03 + 5 \times 0,01}{\sqrt{3}} = 0,16 \Omega$$

On obtient :

$$R_{exp} = 111,03 \Omega; u(R) = 0,16 \Omega$$

$$R_{exp} = 1,1103 \times 10^2 \Omega; u(R) = 0,0016 \times 10^2 \Omega$$

La même étudiante réalise le mesurage de la résistance R d'un conducteur ohmique à l'aide du multimètre MX579, en étant sur le calibre $2k\Omega$. L'appareil indique une valeur fixe comme sur la photo ci-contre : un second mesurage conduit à la même photo.



13. Rédiger le résultat du mesurage, en écriture scientifique, en ohm :

Incertitude-type de type B car l'expérimentateur n'observe pas la variabilité de la mesure

$$R_{exp} = 0,1109 \text{ k}\Omega$$

$$u(R) = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ avec } a = 0,2\% \times 0,1109 + 2 \times 0,0001$$

Donc :

$$u(R) = \frac{0,2\% \times 0,1109 + 2 \times 0,0001}{\sqrt{3}} = 0,00025 \text{ k}\Omega$$

On obtient :

$$R_{exp} = 0,11090 \text{ k}\Omega; u(R) = 0,00025 \text{ k}\Omega$$

Ce qui donne :

$$R_{exp} = 1,1090 \times 10^{-1} \times 10^3 \Omega; u(R) = 0,0025 \times 10^{-1} \times 10^3 \Omega$$

$$R_{exp} = 1,1090 \times 10^2 \Omega; u(R) = 0,0025 \times 10^2 \Omega$$

❖ **Écart normalisé :**

On rappelle les mesurages réalisés par l'étudiante précédemment :

$$\begin{array}{ll} \text{Calibre } 200\Omega & R_{exp} = 111,03 \Omega; u(R) = 0,16 \Omega \\ \text{Calibre } 2k\Omega & R_{exp} = 110,90 \Omega; u(R) = 0,25 \Omega \end{array}$$

14. Ces deux mesurages sont-ils compatibles ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.

$$E_N = \frac{|R_{1,exp} - R_{2,exp}|}{\sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2}} = \frac{|111,03 - 110,90|}{\sqrt{0,16^2 + 0,25^2}} = 0,44$$

Les deux mesurages sont compatibles car l'écart normalisé $E_N < 2$.

❖ **Fidélité et justesse de mesurages :**

15. Quel mesurage de la résistance R (calibre 200Ω ou calibre $2k\Omega$) est le plus fidèle ?

Cela revient à poser la question « Quel calibre fournit l'incertitude-type relative la plus faible ? »

Pour le calibre 200Ω :

$$\frac{u(R)}{R_{exp}} = \frac{0,16}{111,03} = 0,15\%$$

Pour le calibre $2k\Omega$:

$$\frac{u(R)}{R_{exp}} = \frac{0,25}{110,90} = 0,23\%$$

Le calibre 200Ω fournit une incertitude-type relative plus faible, c'est donc le mesurage le plus fidèle : c'est pour cela qu'on choisit toujours le calibre juste supérieur à la valeur de référence (constructeur) de la grandeur (ici, la résistance).

16. La valeur de référence de la résistance est $R_{ref} = 110 \Omega$: le mesurage sur le calibre 200Ω est-il compatible avec cette valeur de référence ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.

$$z = \frac{|R_{exp} - R_{ref}|}{u(R)} = \frac{|111,03 - 110|}{0,16} = 6,5$$

Le mesurage n'est pas compatible avec la valeur de référence car le z-score est supérieur à 2. Il n'est donc pas juste.

Un étudiant réalise le mesurage de la valeur de la tension constante (ou dite « tension continue ») délivrée par un générateur de tension (modèle AL 994). La valeur de référence de cette tension est $U_{ref} = 5,0 V$

Il utilise 4 voltmètres différents et constate une variation des valeurs mesurées pour chaque voltmètre. Il rédige dans le tableau ci-dessous le résultat de 5 valeurs mesurées pour chaque voltmètre.

On rappelle les résultats obtenus précédemment :

Voltmètre	Valeurs mesurées	Moyenne arithmétique
W	{4,8 V ; 4,9 V ; 4,3V ; 5,7V ; 4,3V}	$\bar{U} = 4,8 V$
X	{4,80 V ; 4,90 V ; 5,30 V ; 5,77V ; 4,23V}	$\bar{U} = 5,0 V$
Y	{4,6 V ; 4,7 V ; 4,8V ; 5,0V ; 4,9V}	$\bar{U} = 4,8 V$
Z	{4,90 V ; 4,95 V ; 5,00 V ; 5,10V ; 5,05V}	$\bar{U} = 5,0 V$

Voltmètre	Valeurs mesurées	Incertitude-type pour l'ensemble des valeurs mesurées
W	{4,8 V ; 4,9 V ; 4,3V ; 5,7V ; 4,3V}	$\frac{0,58}{\sqrt{5}} = 0,26 V$
X	{4,80 V ; 4,90 V ; 5,30 V ; 5,77V ; 4,23V}	$\frac{0,58}{\sqrt{5}} = 0,26 V$
Y	{4,6 V ; 4,7 V ; 4,8V ; 5,0V ; 4,9V}	$\frac{0,16}{\sqrt{5}} = 0,072 V$
Z	{4,90 V ; 4,95 V ; 5,00 V ; 5,10V ; 5,05V}	$\frac{0,080}{\sqrt{5}} = 0,036 V$

17. Compléter les phrases suivantes :

Le mesurage effectué avec le voltmètre **W** est le mesurage le moins juste et le moins fidèle de tous.

Le mesurage effectué avec le voltmètre X est plus **juste** que celui effectué avec le voltmètre W

Le mesurage effectué avec le voltmètre Y est plus **fidèle** que celui effectué avec le voltmètre W

Le mesurage effectué avec le voltmètre Z est **plus fidèle et plus juste** que celui effectué avec le voltmètre W.

Le mesurage effectué avec le voltmètre Z est **plus fidèle** que celui effectué avec le voltmètre X.

❖ **Niveau de confiance et incertitude élargie :**

On rappelle les résultats du mesurage d'une tension constante, réalisé avec le voltmètre Z (par répétition de mesures) :

$$U_{exp} = 5,000 V ; u(\bar{U}) = 0,036 V$$

18. Dans quel intervalle de tension, un expérimentateur aura 68% de chance de trouver sa valeur mesurée ?

$$U_{exp} - u(\bar{U}) = 5,000 - 0,036$$

$$U_{exp} + u(\bar{U}) = 5,000 + 0,036$$

L'intervalle avec 68% de confiance est donc [4,964 V ; 5,036 V].

19. Dans quel intervalle de tension, un expérimentateur aura 95% de chance de trouver sa valeur mesurée ?

$$U_{exp} - u(\bar{U}) = 5,000 - 2 \times 0,036$$

$$U_{exp} + u(\bar{U}) = 5,000 + 2 \times 0,036$$

L'intervalle avec 95% de confiance est donc [4,928 V ; 5,072 V].