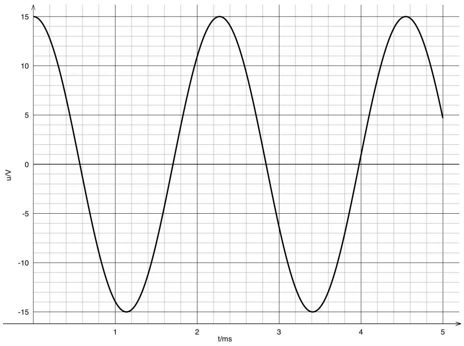
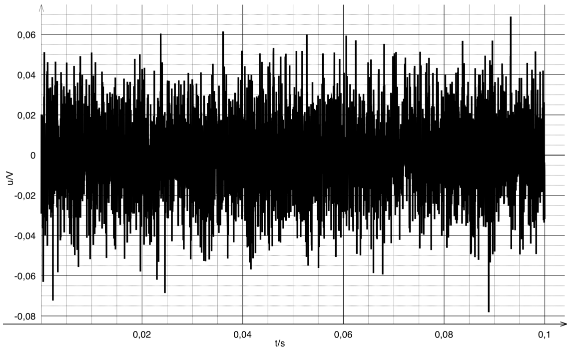
Activités et applications

❖ Caractérisation de signaux :

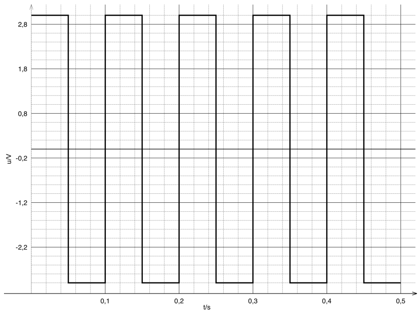
1. Pour chaque exemple de signal, déterminer s'il est variable ou constant, aléatoire ou non, périodique ou non. S'il est périodique, indiquer le nom du motif.



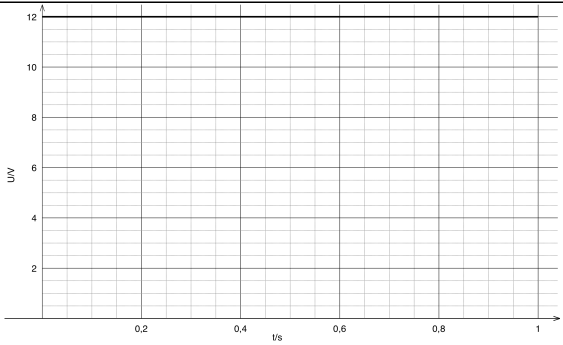
Variable, périodique, de motif sinusoïdal.



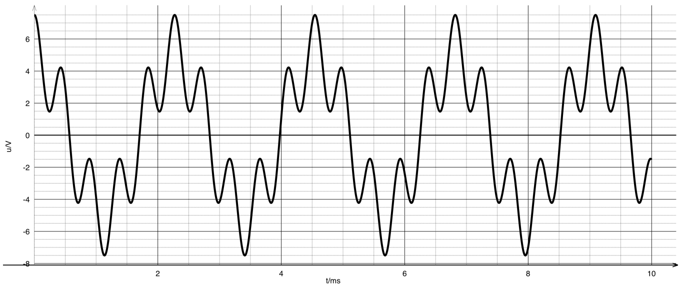
Variable, aléatoire



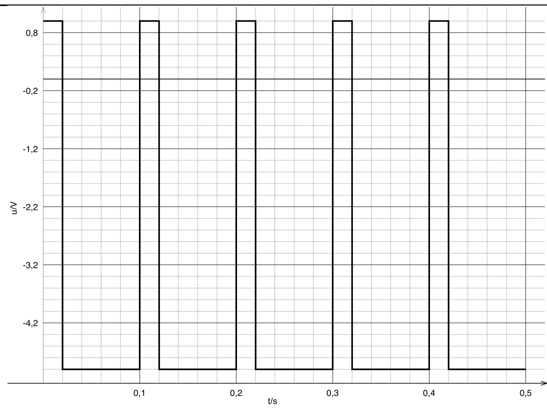
Variable, périodique, de motif carré.



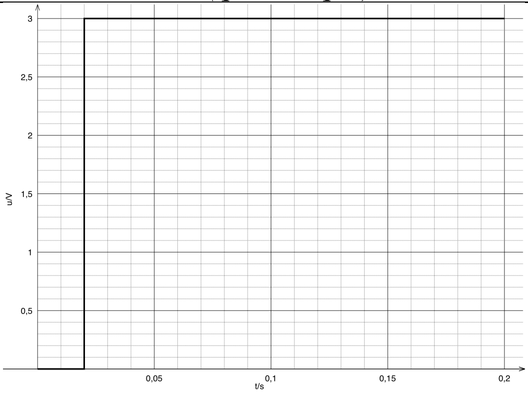
Constant



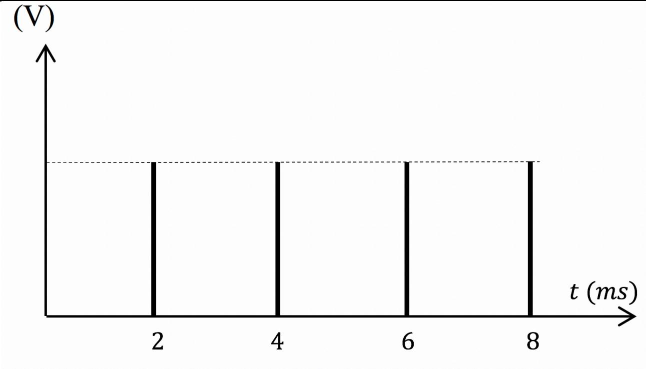
Variable, périodique et le motif ne possède pas de nom (quelconque).



Variable, périodique, de motif rectangulaire



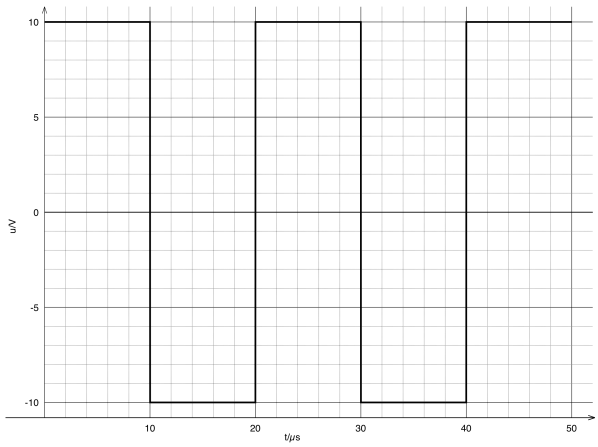
Variable (ni périodique, ni aléatoire)



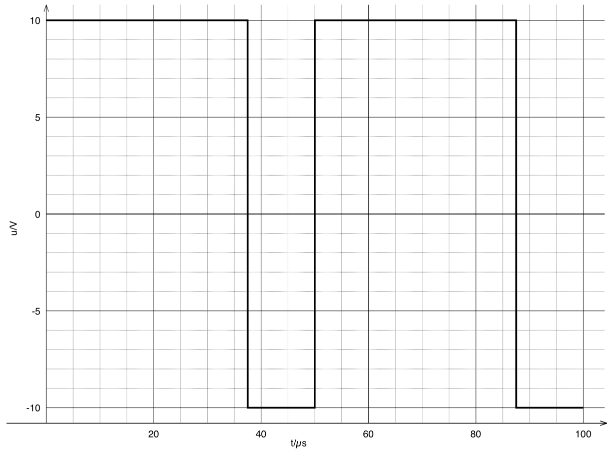
Variable, périodique, de motif rectangulaire

- ❖ **Mesure de la période de signaux périodiques :**

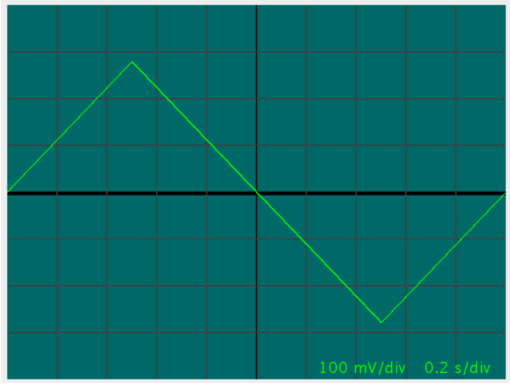
2. Pour chaque exemple de signal, déterminer la valeur de sa période T, en seconde.



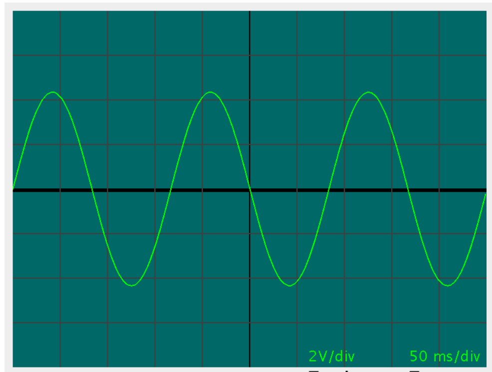
$T = 20\ \mu s = 20 \times 10^{-6} s$



$T = 50\ \mu s = 50 \times 10^{-6} s$



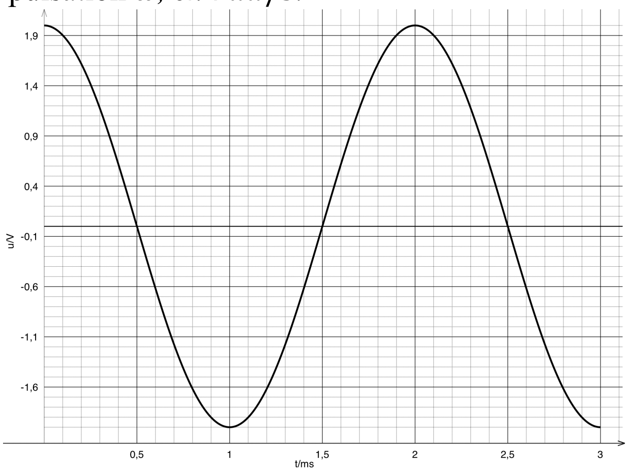
$T = 10 \times 0{,}2 = 2\ s.$



$T = 3{,}3 \times 50 = 165\ ms = 165\ \times 10^{-3} s$

- ❖ **Mesure de la fréquence et de la pulsation de signaux périodiques :**

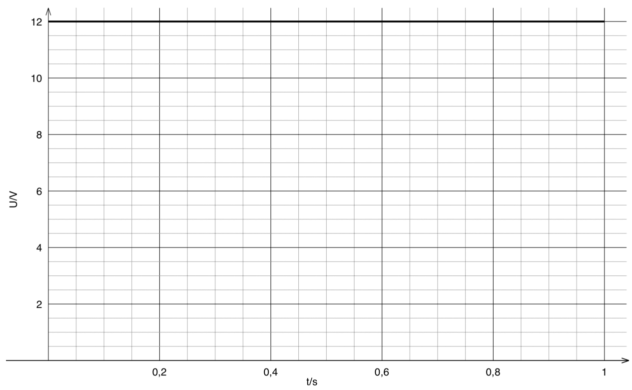
3. Pour chaque exemple de signal, déterminer la valeur de la fréquence f, *en* Hz ainsi que la valeur de la pulsation ω, *en* rad/s.



$T = 2{,}0\ ms = 2{,}0 \times 10^{-3} s$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}0 \times 10^{-3}} = 500\ Hz$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 500$$
$$\omega = 1000\pi = 3142\ rad/s$$

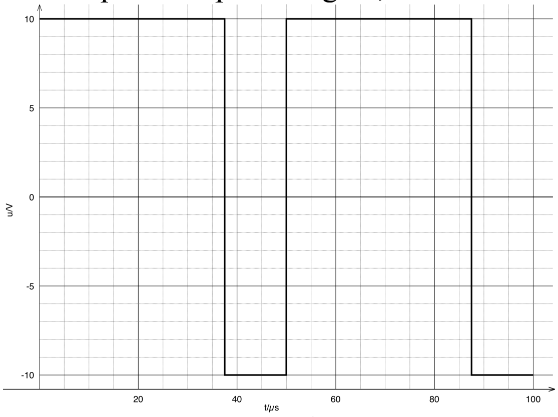


$$T \to \infty\ donc\ f = \frac{1}{T} \to 0$$

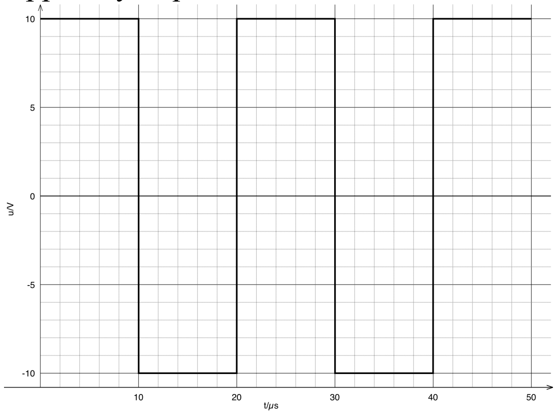
La fréquence (et la pulsation) d'un signal constant est nulle.

❖ **Mesure de rapport cyclique :**

4. Pour chaque exemple de signal, déterminer la valeur du rapport cyclique r.



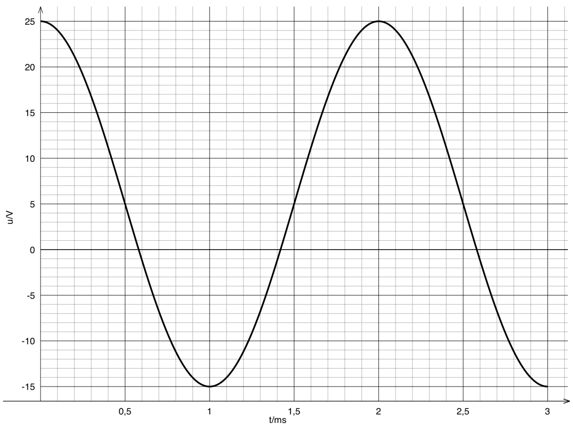
$$r = \frac{T_H}{T} = \frac{37{,}5}{50} = 0{,}750$$



$$r = \frac{T_H}{T} = \frac{10}{20} = 0{,}500$$

❖ **Mesures de valeur crête à crête :**

5. Déterminer la valeur crête à crête U_{cc}, en volt, pour ce signal :

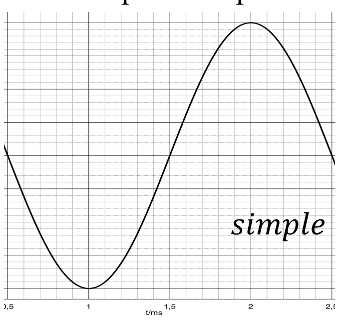


$$U_{cc} = U_{max} - U_{min} = 25 - (-15)$$

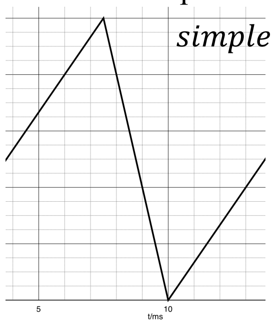
$$U_{cc} = 40{,}0\ V$$

❖ **Valeur moyenne : motif « simple » ou « complexe » ?**

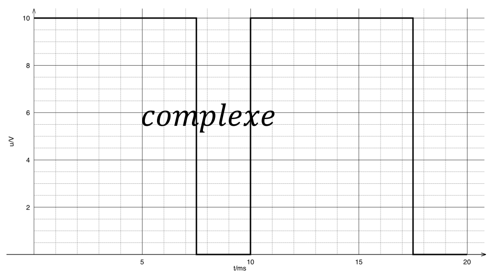
6. Pour chaque exemple déterminer si le motif est simple ou complexe :



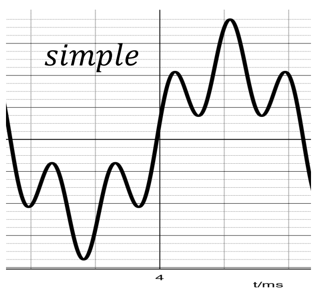
simple



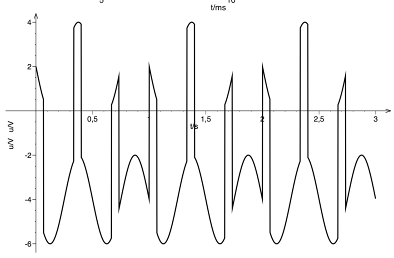
simple



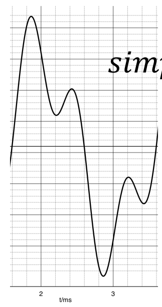
complexe



simple



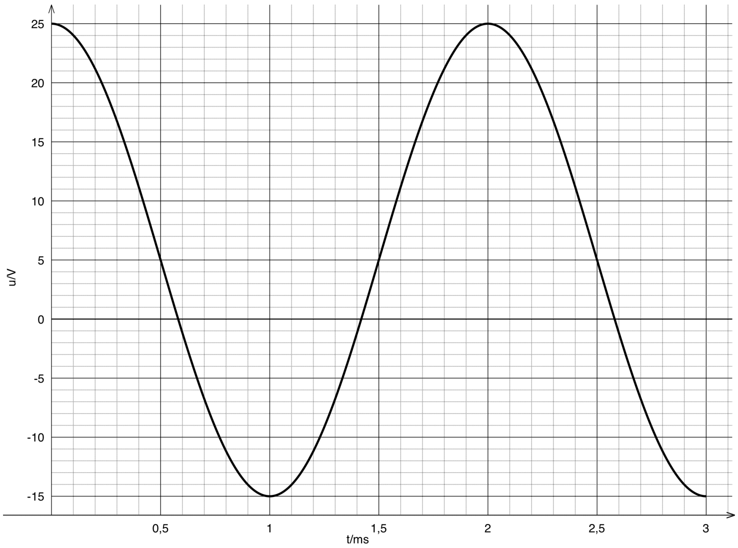
complexe



simple

❖ **Déterminer la valeur moyenne d'un signal :**

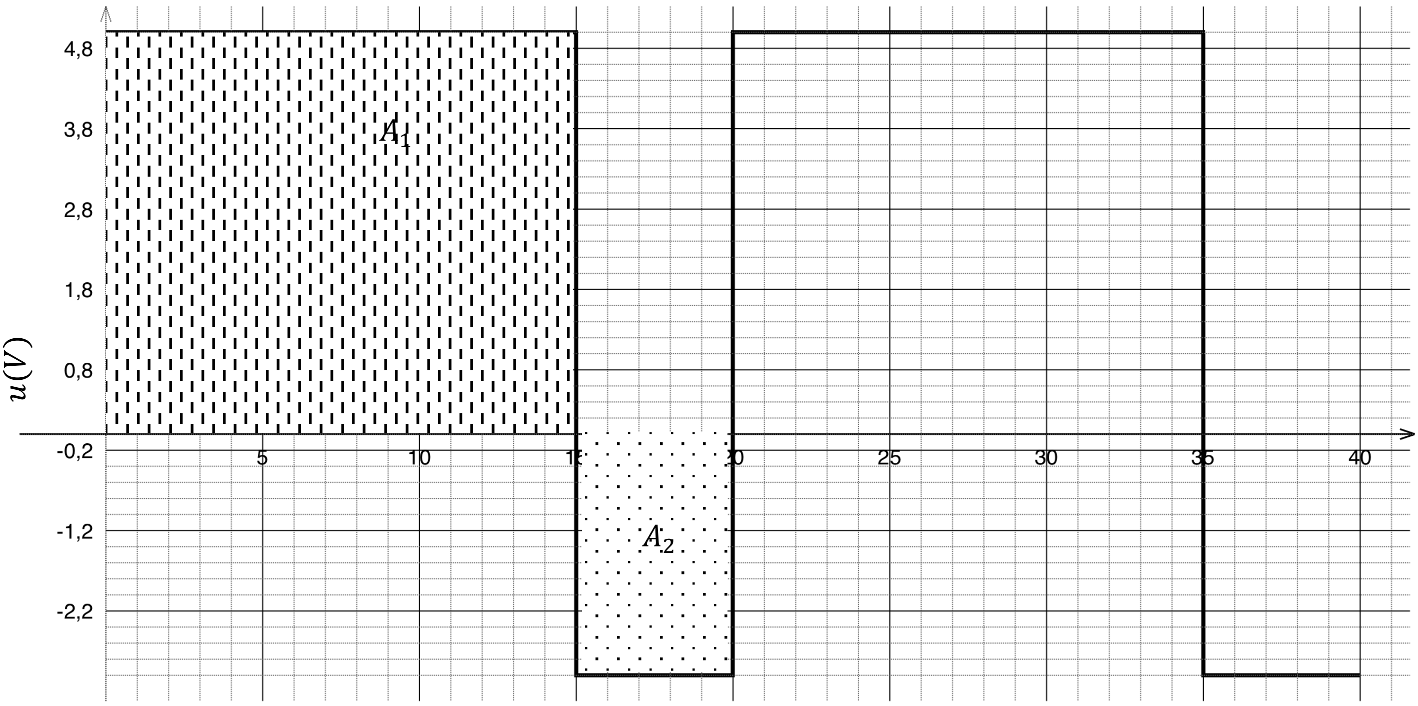
7. Déterminer la valeur moyenne $\langle u \rangle$, en Volt.



Le signal est périodique de motif simple, on peut donc appliquer la formule suivante :

$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2}$$
$$\langle u \rangle = \frac{25 + (-15)}{2}$$
$$\langle u \rangle = 5{,}00\ V$$

8. Déterminer graphiquement la valeur moyenne $\langle u \rangle$ des signaux suivants. On rédigera chaque étape du raisonnement.



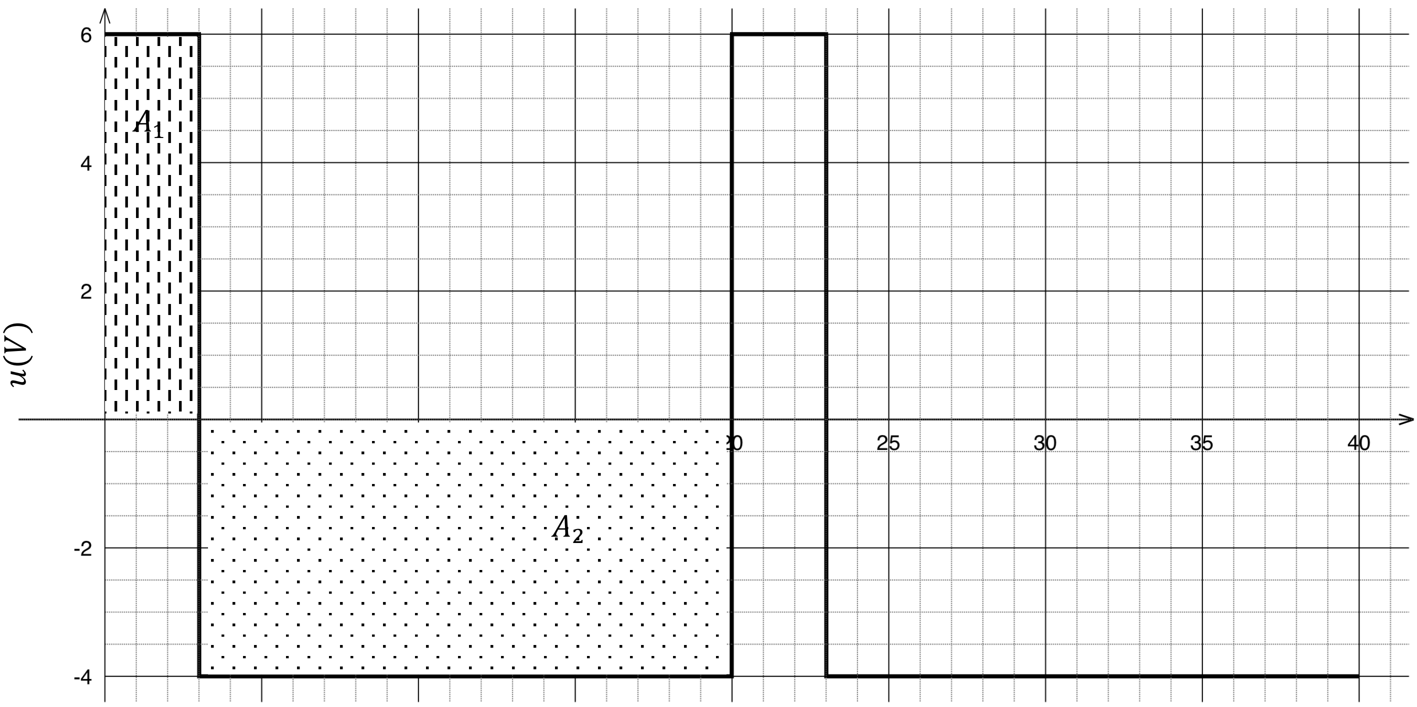
On détermine la période : $T = 20\ ms = 20 \times 10^{-3} s$

Puis :

$$A_{totale} = A_1 + A_2 = 5{,}0 \times 15 \times 10^{-3} + (-3{,}0 \times 5{,}0 \times 10^{-3})$$

Donc :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times A_{totale} = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} \times (5{,}0 \times 15 \times 10^{-3} + (-3{,}0 \times 5{,}0 \times 10^{-3})) = \mathbf{3{,}00\ V}$$



On détermine la période : $T = 20\ ms = 20 \times 10^{-3} s$
Puis :

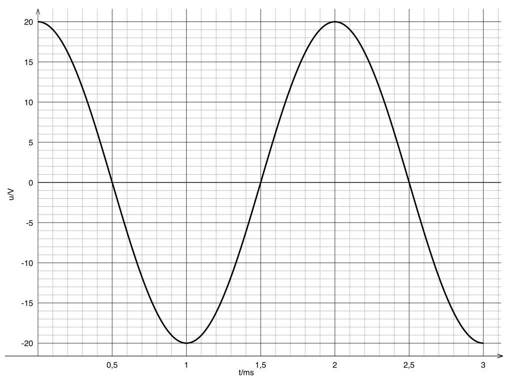
$$A_{totale} = A_1 + A_2 = 6{,}0 \times 3{,}0 \times 10^{-3} + (-4{,}0 \times 17 \times 10^{-3})$$

Donc :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times A_{totale} = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} \times \left(6{,}0 \times 3{,}0 \times 10^{-3} + (-4{,}0 \times 17 \times 10^{-3})\right) = \mathbf{-2{,}50\ V}$$

❖ **Signal périodique alternatif :**

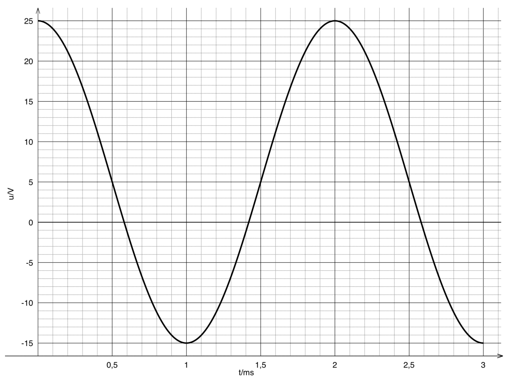
9. Déterminer parmi les exemples suivants, les signaux variables périodiques et alternatifs :



Le motif étant simple :

$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2}$$
$$\langle u \rangle = \frac{20 + (-20)}{2}$$
$$\langle u \rangle = 0\ V$$

Le signal est variable, périodique, sinusoïdal et alternatif.



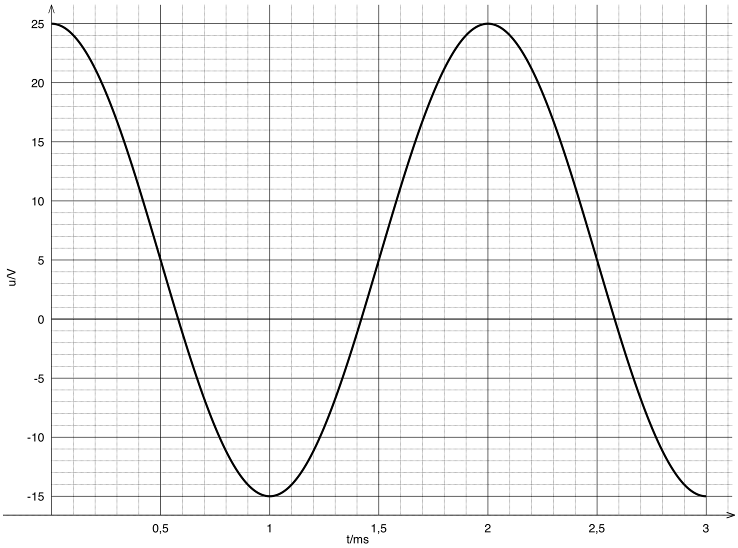
Le motif étant simple :

$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2}$$
$$\langle u \rangle = \frac{25 + (-15)}{2}$$
$$\langle u \rangle = 5{,}00\ V$$

Le signal est variable, périodique, sinusoïdal.

- **Mesure d'amplitude :**

10. Déterminer la valeur de l'amplitude U_m, en volt de ce signal.



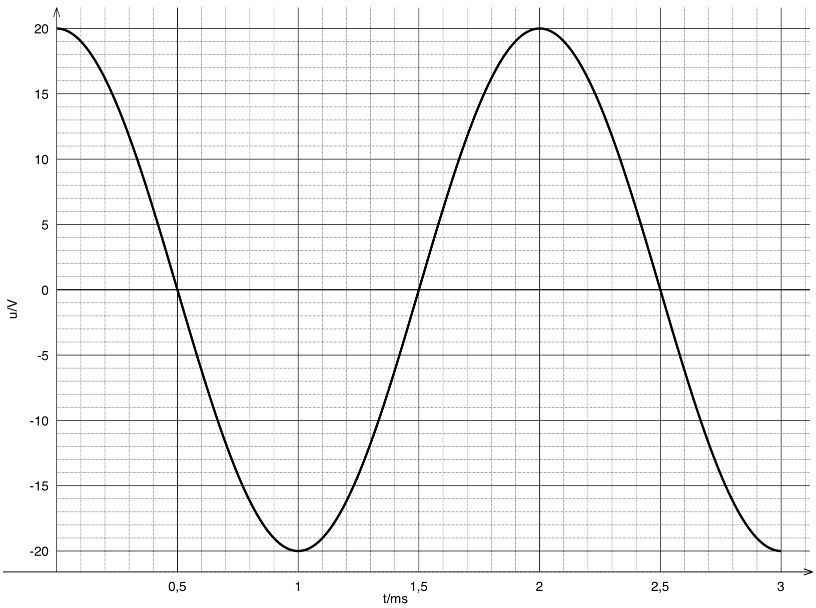
Le signal est périodique de motif simple, on peut donc appliquer la formule suivante :

$$U_m = \frac{U_{max} - U_{min}}{2}$$
$$U_m = \frac{25 - (-15)}{2}$$

Donc :

$$U_m = 20,0\ V$$

- **Expression littérale pour un signal sinusoïdal alternatif :**



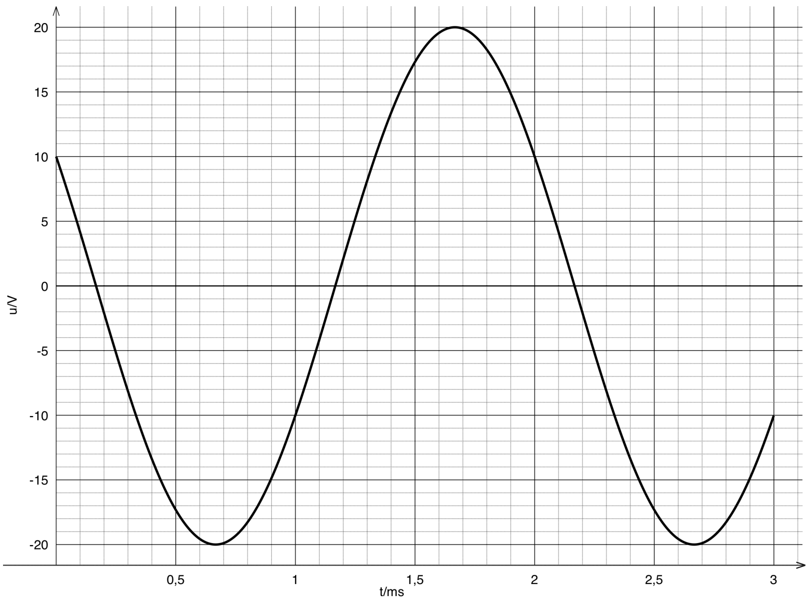
Sur le logiciel de simulation, nous avons saisi l'expression numérique du signal $u_{réf}$, suivante :

$$u_{réf}(t) = 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)$$

On obtient alors la représentation temporelle du signal, ci-contre.

11. A quelle grandeur caractéristique du signal $u_{réf}$ correspond la valeur 20 ? A quelle grandeur caractéristique du signal $u_{réf}$ correspond la valeur 500 ?

La valeur 20 correspond à l'amplitude U_m du signal.
La valeur 500 correspond à la fréquence f du signal.



Sur le logiciel de simulation, nous avons saisi l'expression numérique du signal u, suivante :

$$u(t) = 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t + \frac{\pi}{3})$$

On obtient alors la représentation temporelle ci-contre.

12. Quel effet produit la grandeur $\frac{\pi}{3}$ sur l'allure de ce signal, par rapport au précédent ?

La valeur $\frac{\pi}{3}$ crée un déphasage entre le signal u et le signal $u_{réf}$.

On donne l'expression générale littérale d'un signal sinusoïdal alternatif :

$$u(t) = U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t \quad + \varphi)$$

13. Compléter le tableau suivant :

Expression numérique du signal étudié	Valeur de l'amplitude U_m (V)	Valeur de la fréquence f (Hz)	Valeur de la phase à l'origine φ (rad)
$u_{réf}(t) = 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)$	20	500	0
$u(t) = 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t + \frac{\pi}{3})$	20	500	$\frac{\pi}{3}$

14. Calculer le déphasage $\Delta\varphi$ du signal étudié par rapport au signal de référence :

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_{réf} = \frac{\pi}{3} - 0 = \frac{\pi}{3}$$

Le déphasage $\Delta\varphi$ du signal par rapport au signal de référence est égal à la phase à l'origine φ du signal.

- **Vocabulaire pour les valeurs particulières de déphasage :**

Premier cas :

On donne les expressions numériques de plusieurs signaux sinusoïdaux alternatifs :

$u_1(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t)$ de phase à l'origine $\varphi_1 = 0$

$u_2(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t + \frac{\pi}{2})$ de phase à l'origine $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$u_3(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t + \pi)$ de phase à l'origine $\varphi_3 = \pi$

$u_1(t)$ possède la même amplitude, la même fréquence que les autres signaux et a une phase à l'origine nulle : $u_1(t)$ est donc le signal de référence (sa phase à l'origine est nulle). On étudie donc le signal u_2 par rapport à u_1 et le signal u_3 par rapport à u_1.

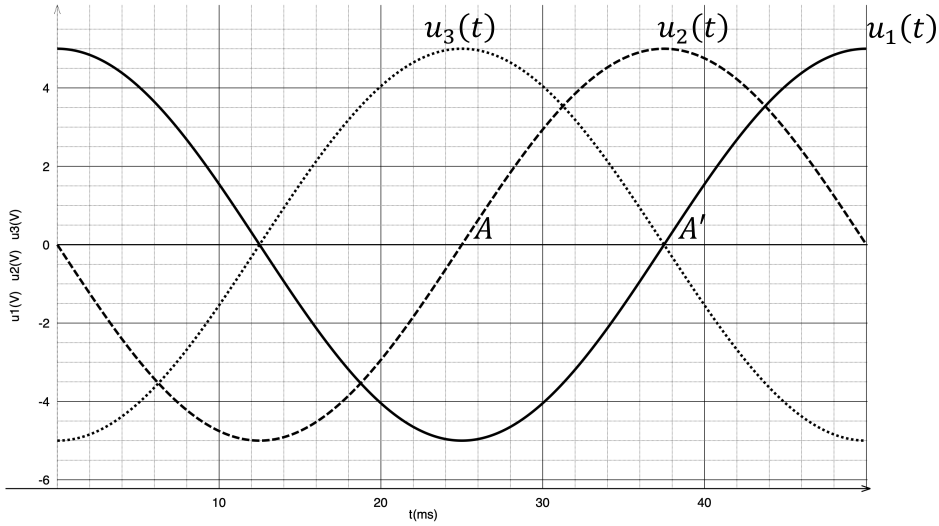
Le déphasage de u_2 par rapport à u_1 est donc :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

Le déphasage de u_3 par rapport à u_1 est donc :

$$\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = \pi - 0 = \pi$$

La représentation temporelle de ces signaux donne :



Graphiquement, on observe que u_2 est en avance par rapport à u_1 : en effet, le point A (intersection du signal avec l'axe des abscisses dans le sens montant) est atteint par le signal u_2 avant le signal u_1(point A').

On observe que sur l'intervalle $[0; \pi]$, quand la phase à l'origine augmente, le signal étudié est de plus en plus en avance par rapport au signal de référence, $u_1(t)$.

Le signal u_2 est en avance et en quadrature de phase par rapport à u_1.
Le signal u_3 est en opposition de phase par rapport à u_1.

Deuxième cas :

On donne les expressions numériques de plusieurs signaux sinusoïdaux alternatifs :

$u_1(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t)$ de phase à l'origine $\varphi_1 = 0$

$u_2(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t - \frac{\pi}{2})$ de phase à l'origine $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$

$u_3(t) = 5 \times \cos(2 \times \pi \times 20 \times t - \pi)$ de phase à l'origine $\varphi_3 = -\pi$

$u_1(t)$ reste ici le signal de référence (car sa phase à l'origine est nulle).

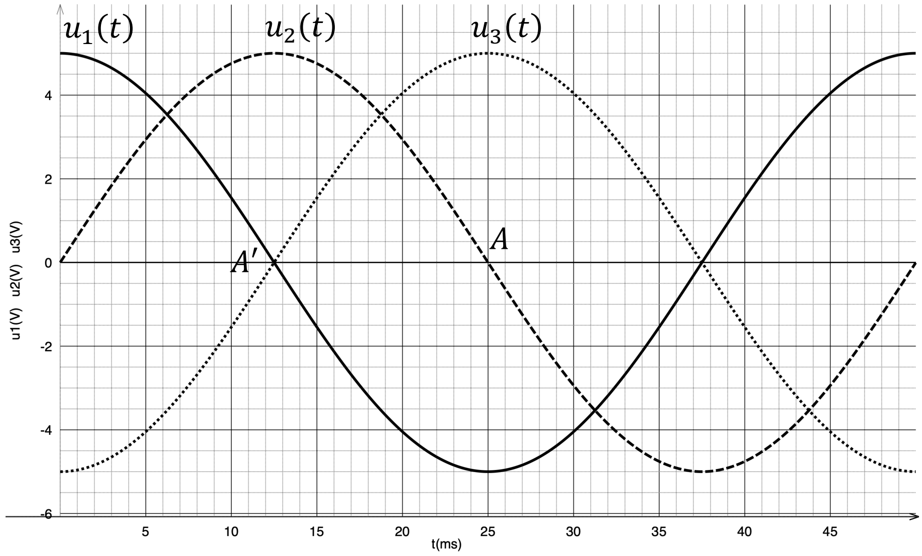
Le déphasage de u_2 par rapport à u_1 est :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{\pi}{2}$$

Le déphasage de u_3 par rapport à u_1 est :

$$\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = -\pi - 0 = -\pi$$

La représentation temporelle de ces signaux donne :

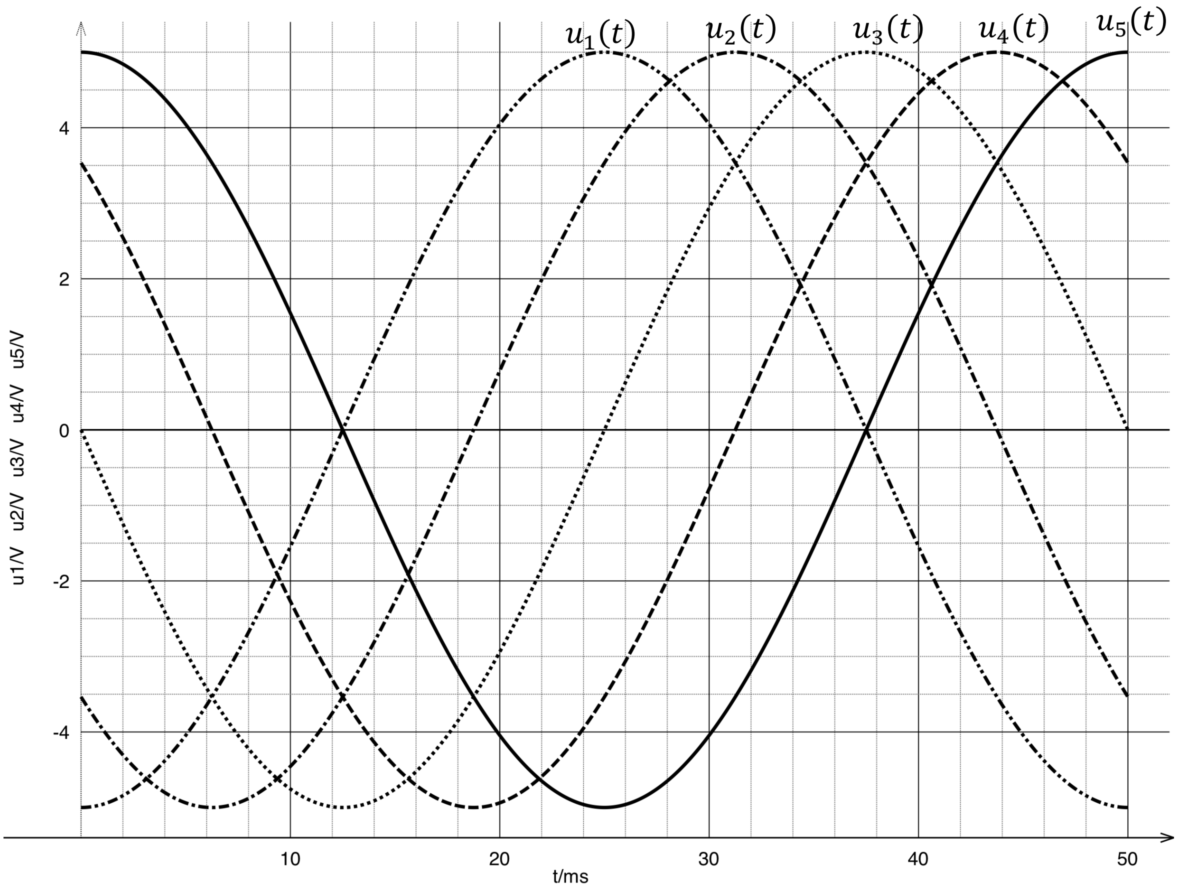


Graphiquement, on observe que u_2 est en retard par rapport à u_1 : en effet, le point A (intersection du signal avec l'axe des abscisses dans le sens descendant) est atteint par le signal u_2 après le signal u_1 (point A').
Le signal u_3 est en opposition de phase par rapport à u_1.
Le signal u_2 est en retard et en quadrature de phase par rapport à u_1.

❖ Détermination graphique « rapide » des valeurs particulières de déphasage :

15. Compléter le texte à l'aide du vocabulaire suivant : « en avance / en retard » et « en opposition de phase / en quadrature de phase »

On donne la représentation temporelle de plusieurs signaux :

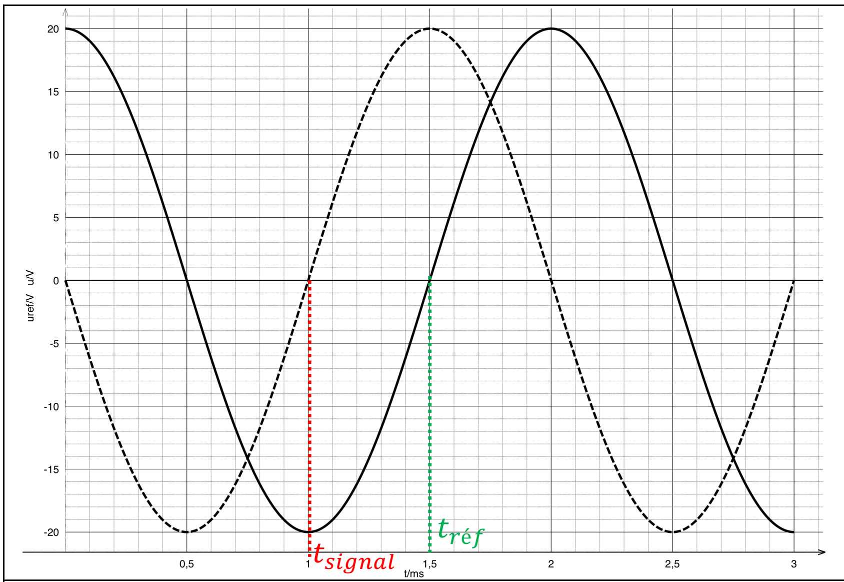
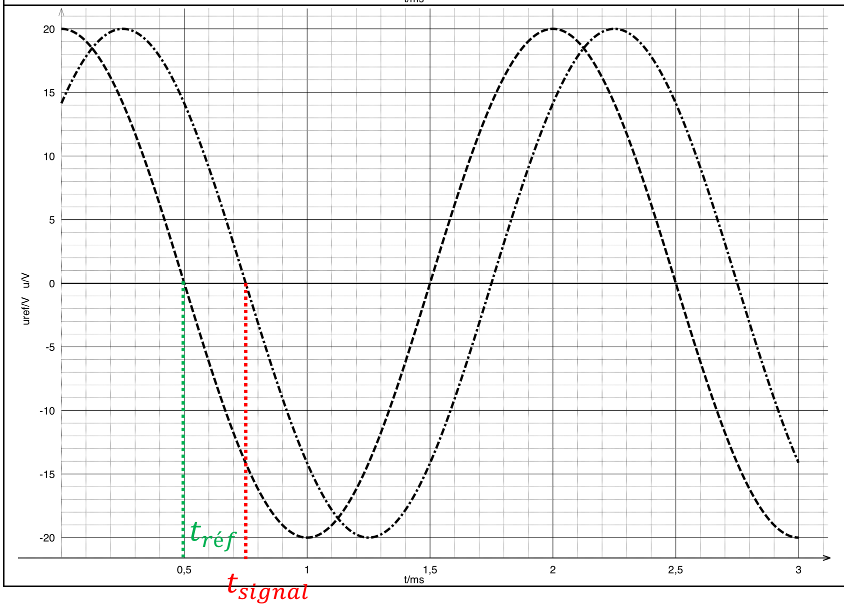


Si le signal de référence est u_5 :
u_3 est en avance par rapport à u_5 . u_3 est en quadrature de phase par rapport à u_5. Donc $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.
On a aussi $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_5 = \varphi_3 - 0 = \varphi_3$. Donc $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$
u_1 est en opposition de phase par rapport à u_5. Donc $\Delta\varphi = +\pi$.
On a aussi $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_5 = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$. Donc $\varphi_1 = +\pi$

Si le signal de référence est u_2 :
u_4 est en retard par rapport à u_2. u_4 est en quadrature de phase par rapport à u_2. Donc $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$.
On a aussi $\Delta\varphi = \varphi_4 - \varphi_2$. Mais ici, $\varphi_2 \neq 0$. Donc, on ne peut pas connaitre « rapidement » la valeur de φ_4

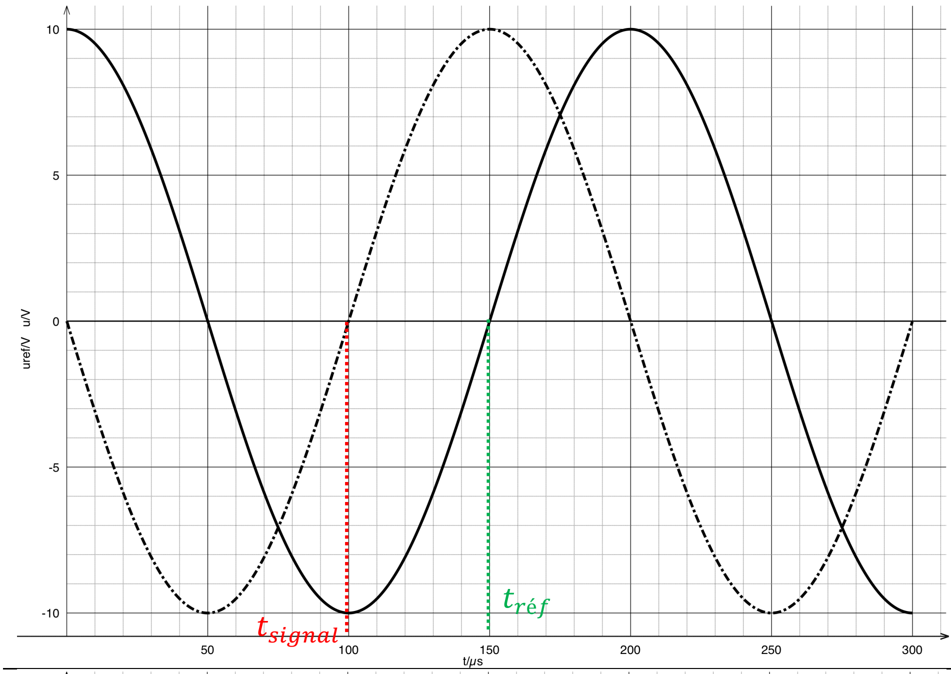
❖ Mesures de décalages temporels :

16. Pour chaque exemple, identifier le signal de référence et le signal étudié. En déduire la valeur du décalage temporel Δt en seconde. Conclure sur l'avance ou le retard du signal étudié par rapport au signal de référence.

	*Le signal de référence est en trait plein.* $\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$ $\Delta t = 1{,}5 - 1{,}0$ $\Delta t = 0{,}500\ ms$ $\Delta t > 0$ *: le signal étudié est en avance sur le signal de référence.*
	*Le signal de référence est en pointillé (sans point).* $\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$ $\Delta t = 0{,}5 - 0{,}75$ $\Delta t = -0{,}250\ ms$ $\Delta t < 0$ *: le signal étudié est en retard sur le signal de référence.*

❖ Mesure de phase à l'origine :

17. Pour chaque exemple, **calculer la phase à l'origine** φ du signal en pointillé (méthode graphique rapide non autorisée)



$$T = 200\ \mu s = 200 \times 10^{-6} s$$

Le signal de référence est en trait plein :

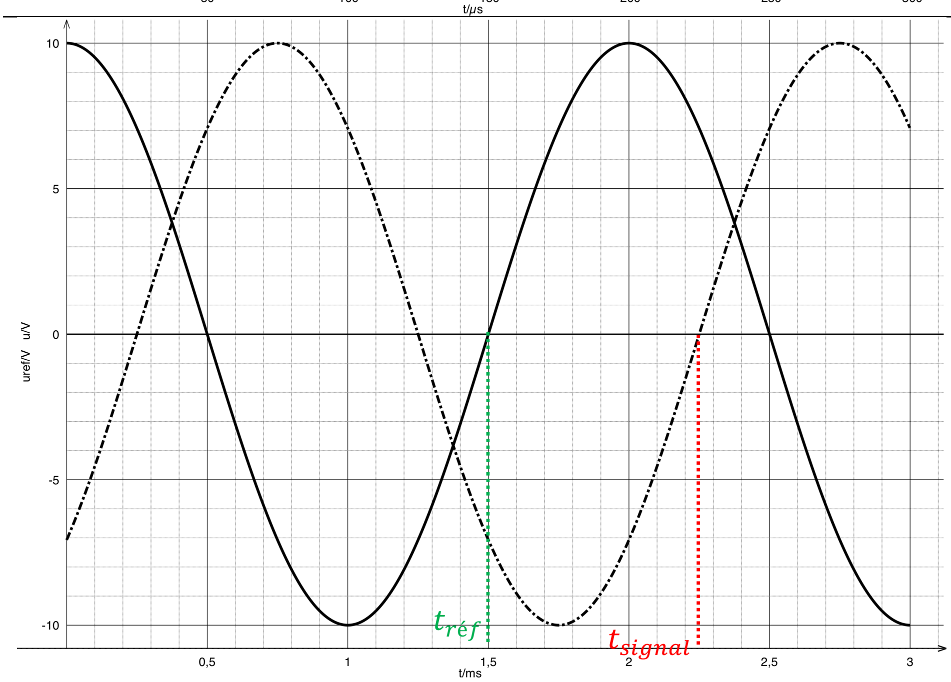
$$\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$$
$$\Delta t = 150 - 100 = 50\ \mu s$$

Donc :

$$\Delta\varphi = \Delta t \times \frac{2\pi}{T}$$
$$\Delta\varphi = 50 \times \frac{2\pi}{200} = \frac{\pi}{2} > 0$$

Ici, $\varphi = \Delta\varphi$ car $\varphi_{réf} = 0$ donc :

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$



$$T = 2{,}0\ ms = 2{,}0 \times 10^{-3} s$$

Le signal de référence est en trait plein :

$$\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$$
$$\Delta t = 1{,}5 - 2{,}25 = -0{,}75\ ms$$

Donc :

$$\Delta\varphi = \Delta t \times \frac{2\pi}{T}$$
$$\Delta\varphi = -0{,}75 \times \frac{2\pi}{2{,}0} = -\frac{3\pi}{4}$$
$$\Delta\varphi < 0$$

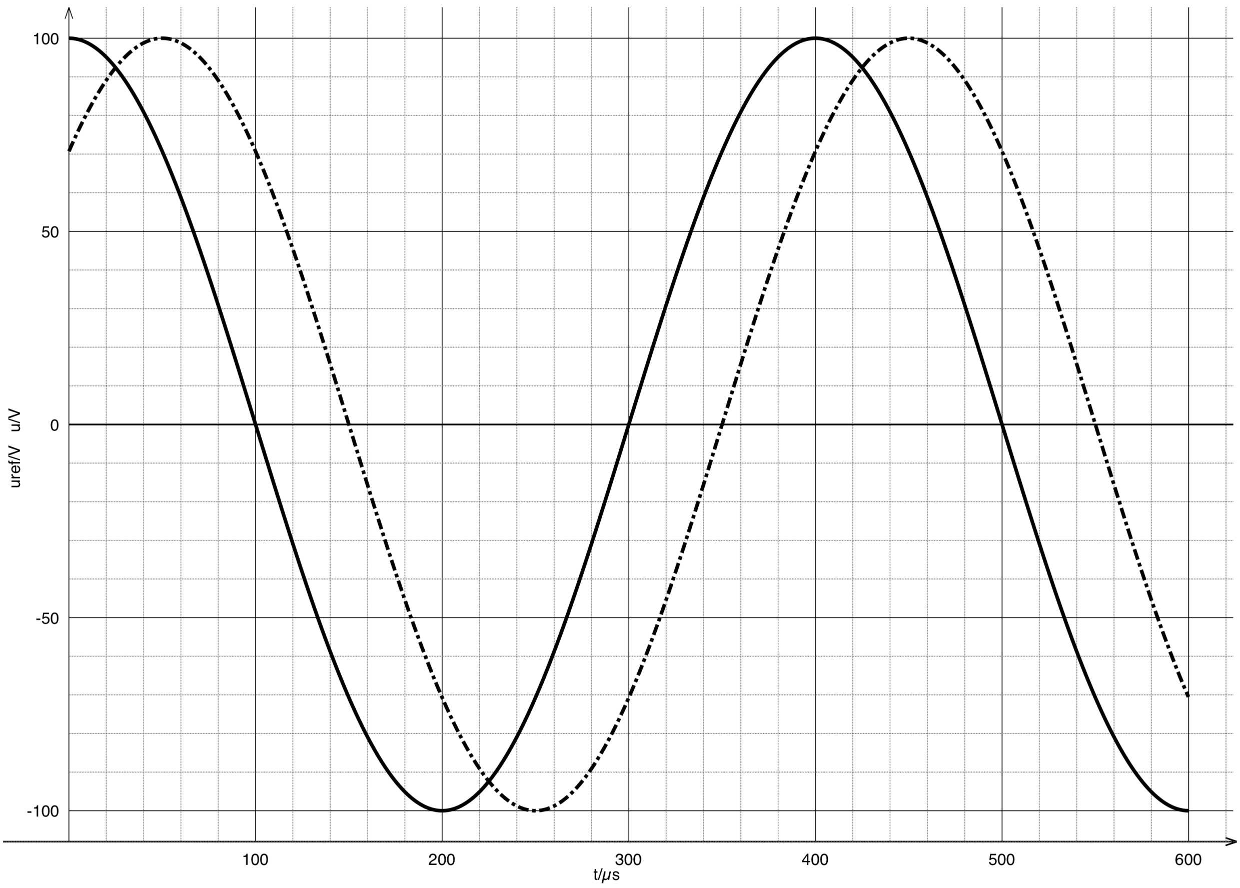
Ici, $\varphi = \Delta\varphi$ car $\varphi_{réf} = 0$ donc :

$$\varphi = -\frac{3\pi}{4}$$

❖ Détermination de l'expression numérique d'un signal sinusoïdal alternatif :

18. Déterminer l'expression numérique du signal en pointillé, sachant que son expression littérale est la suivante :

$$u(t) = U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi)$$



Il faut déterminer graphiquement les valeurs de U_m , f et φ :

Pour l'amplitude U_m:

$$U_m = \frac{U_{cc}}{2} = \frac{100 - (-100)}{2} = 100\ V$$

Pour la fréquence f :

$$T = 400\ \mu s = 400 \times 10^{-6} s \text{ donc } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{400 \times 10^{-6}} = 2{,}50 \times 10^3 Hz$$

Pour la phase à l'origine φ:

Le signal de référence est en trait plein :

$$\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$$
$$\Delta t = 100 - 150 = -50\ \mu s$$

Donc :

$$\Delta\varphi = \Delta t \times \frac{2\pi}{T}$$
$$\Delta\varphi = -50 \times \frac{2\pi}{400} = -\frac{\pi}{4} < 0$$

Ici, $\varphi = \Delta\varphi$ car $\varphi_{réf} = 0$ donc :

$$\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Conclusion :

L'expression numérique du signal $u(t)$ est donc :

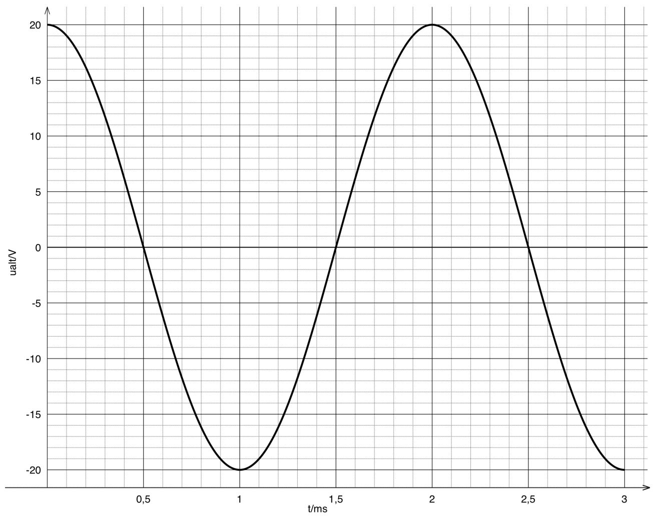
$$\boldsymbol{u(t) = 100 \times \cos(2 \times \pi \times 2,50 \times 10^3 \times t - \frac{\pi}{4})}$$

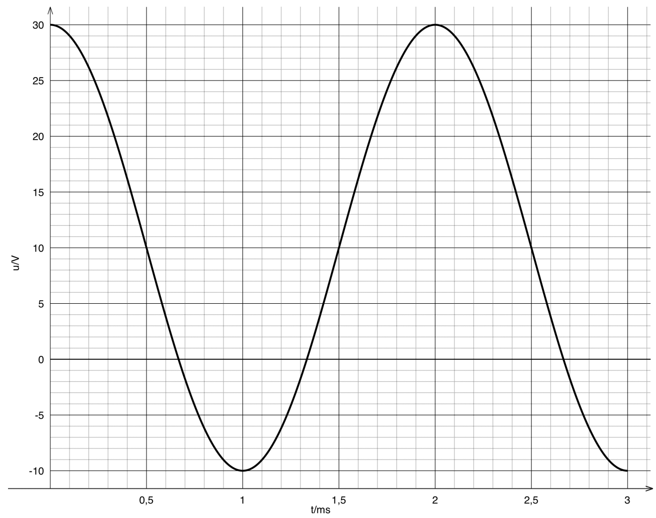
❖ Autour des signaux sinusoïdaux non alternatifs :

Sur un logiciel de simulation, nous traçons le signal $u_{alt}(t)$ dont l'expression numérique est la suivante :

$$u_{alt}(t) = 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)$$

Puis nous traçons un second signal $u(t)$ dont la représentation temporelle est à droite dans le tableau suivant





19. Caractériser chaque signal à l'aide des adjectifs usuels.

$u_{alt}(t)$ est variable, périodique, sinusoïdal, alternatif.
$u(t)$ est variable, périodique, sinusoïdal.

20. Comment peut-on obtenir la courbe représentant $u(t)$ à partir de celle représentant le signal $u_{alt}(t)$?

Il faut ajouter $10\ V$ à chaque point de la courbe $u_{alt}(t)$ pour obtenir la courbe de $u(t)$.

21. A quelle grandeur caractéristique de $u(t)$ correspond la valeur que l'on doit ajouter à $u_{alt}(t)$ pour obtenir la courbe représentant $u(t)$?

$10\ V$ correspond à la valeur moyenne du signal $u(t)$.

22. Parmi les expressions numériques suivantes, entourer celle correspondant à $u(t)$ *:*

$$u(t) = -10 + 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)$$

$$u(t) = 10 - 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)$$

$$\boxed{u(t) = 10 + 20 \times \cos(2 \times \pi \times 500 \times t)}$$

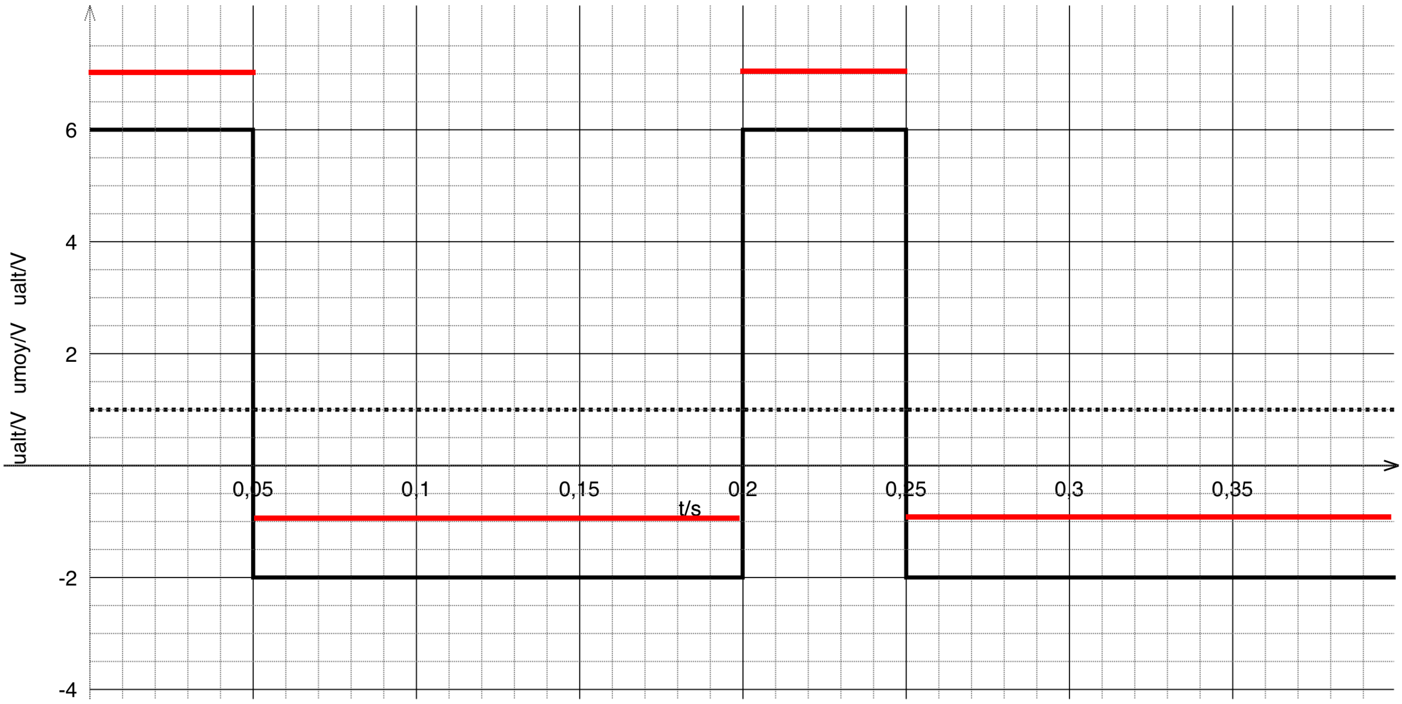
23. Entourer la ou les formule(s) littérale(s) correcte(s) *:*

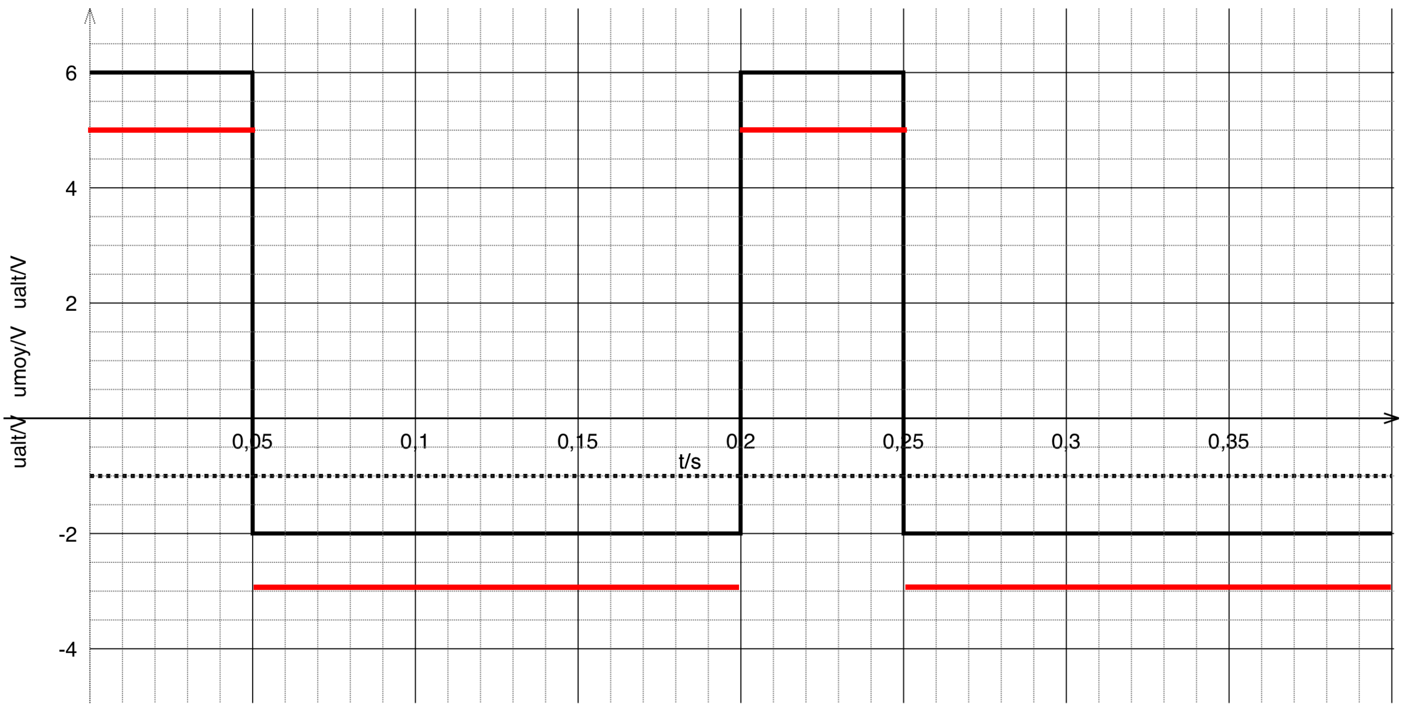
$$u_{alt}(t) = \langle u \rangle + u(t)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} u(t) = \langle u \rangle + u_{alt}(t) \\ u(t) = \langle u \rangle + U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi) \end{array}}$$

❖ **Composante continue et alternative d'un signal périodique :**

24. Sur les graphes suivants, tracer le signal $u(t)$, en rouge, à partir du tracé de sa composante alternative $u_{alt}(t)$ (en trait plein) et de sa composante continue (en pointillé) :





25. Sur les graphes suivants, à partir du tracé du signal $u(t)$, tracer en rouge sa composante alternative $u_{alt}(t)$ (en trait plein) et sa composante continue (en pointillé) :