

Chapitre 03

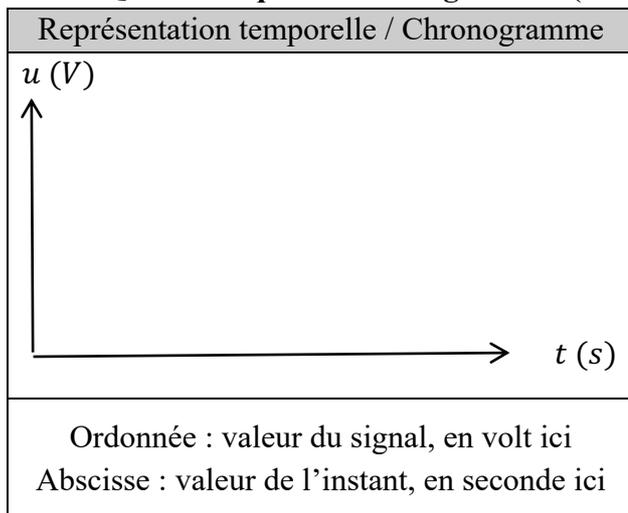
Caractéristiques et représentations temporelles de signaux

Capacités exigibles :

- Savoir identifier le type de signal (périodique ou non, aléatoire, binaire) grâce à son chronogramme
- Savoir déterminer les caractéristiques d'un signal périodique (période, fréquence, valeur moyenne, valeur maximale, valeur crête à crête)
- Savoir déterminer les caractéristiques (amplitude, fréquence, pulsation, période, phase à l'origine, etc.) d'un signal sinusoïdal à partir de son expression littérale réelle ou de son chronogramme
- *Savoir régler un générateur pour produire un signal périodique dont les caractéristiques sont données*
- *Déterminer le déphasage entre deux signaux sinusoïdaux à partir de leurs chronogrammes*

❖ **Rappel :**

Une tension électrique variable est représentée par une lettre en minuscule (par exemple, « u ») et son unité est le volt, de symbole « V ».

❖ **Qu'est-ce qu'un chronogramme (ou représentation temporelle) ?**

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la représentation (graphique) temporelle d'un signal (dans l'ensemble du chapitre, les signaux sont des tensions électriques). On représente donc :

- En ordonnée : la valeur de la grandeur représentant le signal (en général, une tension électrique dont l'unité est le volt)
- En abscisse : le temps qui s'écoule, dont l'unité est la seconde.

L'objectif principal de ce chapitre est d'apprendre à mesurer les grandeurs caractéristiques du signal.

I. Savoir qualifier un signal :A. Comment savoir si un signal est variable ou constant ?Définition : (à connaître par cœur)

Un signal est dit variable sa valeur n'est pas constante au cours du temps.

Conséquence :

B. Comment savoir si un signal variable est aléatoire ?

Définition : (à connaître par cœur)

C. Comment savoir si un signal variable est périodique ?

Définition : (à connaître par cœur)

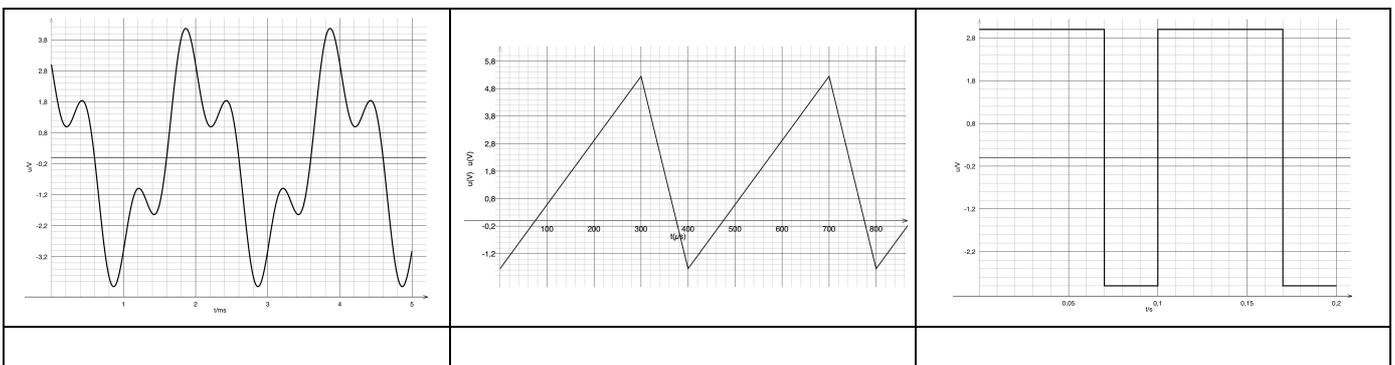
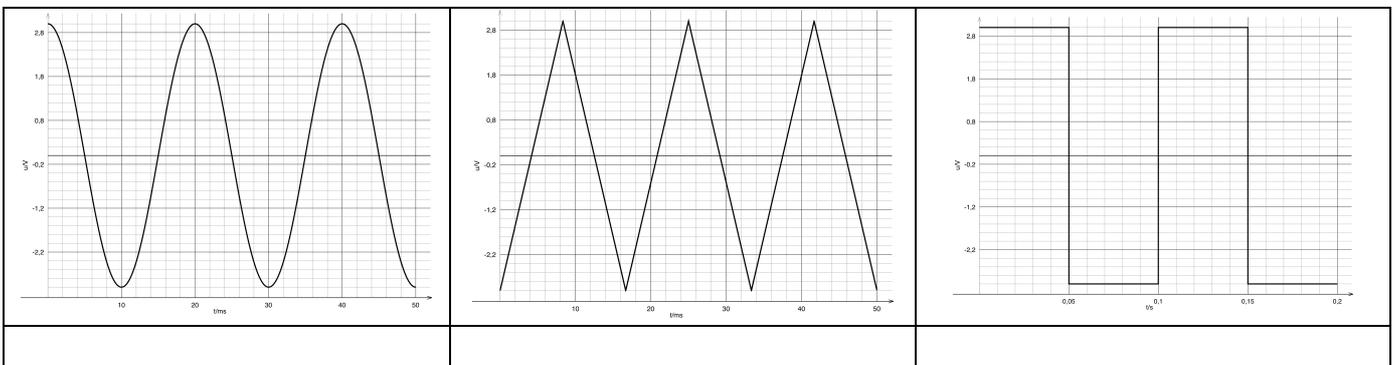
Un signal variable est dit périodique s'il est constitué d'un motif se reproduisant à l'identique au cours du temps. Son motif est **la plus petite partie du signal** permettant de le définir intégralement.

❖ **Méthode pour déterminer le motif d'un signal variable et périodique :**

1. Il faut sélectionner la **plus petite partie** de la courbe, permettant de la définir.
2. Vérifiez si vous avez sélectionné la bonne portion de courbe : vous copiez puis vous collez à la suite le motif, à l'infini, vous devez alors retrouver le signal complet.

❖ **Nom du motif d'un signal variable et périodique :**

On donne un nom, à chaque motif. Un motif est surpassé en trait épais pour chaque exemple.



Attention : il ne faut pas confondre motif carré et motif rectangulaire !

Pour un motif carré, la durée du palier « haut » est égale à la durée du palier « bas ». La durée du palier « haut » est aussi égale à la moitié de la durée totale d'un motif. Pour un motif rectangulaire, la durée du palier « haut » n'est pas égale à la durée du palier « bas ».

D. Étude des signaux variables binaires :

Définition :

Un signal variable binaire est une représentation des deux états « 0 » et « 1 ». Il existe plusieurs méthodes de codage pour représenter des bits issus de signaux numériques.

| Nombre binaire : 0 1 0 0 1 1 1 0 0 | | Domaine d'application : |
|------------------------------------|--|--|
| NRZ unipolaire | | Bande magnétique |
| NRZ bipolaire | | Ligne E1/T1 (WAN) des réseaux de commutation téléphonique |
| RZ unipolaire | | Télégraphes électromécaniques |
| RZ bipolaire | | Fibres optiques |
| Manchester | | Réseaux Ethernet 10BASE-T et RFID (communication sans fil) |

II. Grandeurs temporelles caractéristiques d'un signal périodique :

A. Qu'est-ce que la période T d'un signal périodique ?

Définition : (à connaître par cœur)

La période d'un signal, notée T , correspond à la durée du motif. Son unité dans le système international est la seconde, notée s .

❖ Méthode pour déterminer graphiquement la période T d'un signal à partir d'un chronogramme :

1. Repérer / surligner un motif du signal.
2. Si c'est un graphe, sur l'axe des abscisses (axe horizontal), déterminer sur quelle durée, s'étale le motif. Cette durée est la valeur de la période T .
Si c'est un oscillogramme, sur l'axe des abscisses (axe horizontal), déterminer sur combien de carreaux, s'étale le motif. Ensuite, grâce à la sensibilité horizontale (dont l'unité est s/div), convertir le nombre de carreaux en seconde (s).
2. Rédiger ensuite sur votre feuille, $T = \text{la valeur trouvée puis son unité}$.

B. Fréquence et pulsation d'un signal périodique :

❖ Fréquence d'un signal périodique :

Définition : (à connaître par cœur)

La fréquence d'un signal périodique, notée f , correspond au nombre de fois que le motif, se répète **en une seconde**. Son unité est le hertz, notée Hz .

La définition conduit donc à la formule suivante :

$$f = \frac{1}{T}$$

\swarrow Hz \nwarrow s

La formule inverse est donc : $T = \frac{1}{f}$

❖ Pulsation d'un signal périodique :

La pulsation d'un signal, notée ω (on prononce oméga), se détermine grâce aux formules suivantes :

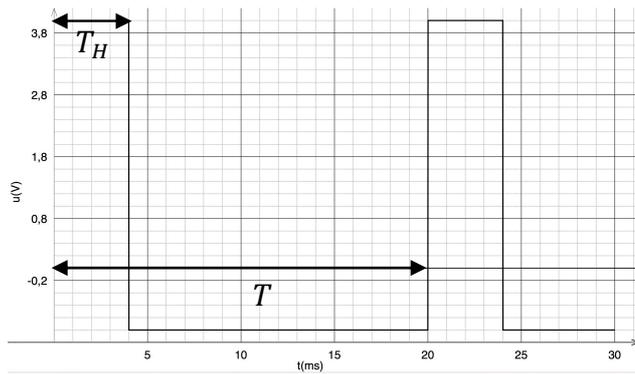
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

\swarrow $rad.s^{-1}$ \uparrow Hz \nwarrow s

Son unité est le radiant par seconde, notée rad/s ou encore $rad.s^{-1}$

❖ Fréquence d'un signal constant :

C. Cas particulier du signal rectangulaire : qu'est-ce que le rapport cyclique ?



Un signal rectangulaire est caractérisé par deux grandeurs temporelles, définies pour un seul et unique motif :

- La période T du signal, dont l'unité est la seconde,
- La durée notée T_H , dont l'unité est la seconde, correspondant à la durée pendant laquelle le signal est au niveau « haut » (c'est à dire à sa valeur maximale, notée U_{max}).

Le rapport cyclique, noté r , d'un signal rectangulaire est égal au rapport entre la durée du niveau « haut » d'un motif et de sa période :

$$r = \frac{T_H}{T}$$

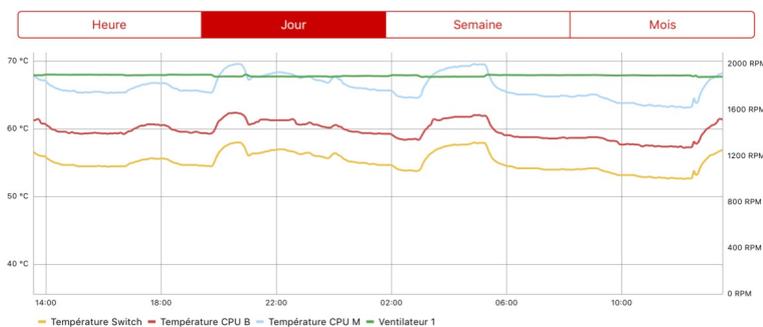
r : rapport cyclique d'un signal rectangulaire, sans unité, compris entre 0 et 1 (ou entre 0 et 100%)

T_H : durée du palier « haut », en seconde.

T : durée d'un motif, en seconde.

III. Grandeurs caractéristiques en tension, de signaux variables :

Intérêt en informatique/électronique :



Lorsque l'on souhaite afficher l'évolution de la température d'une box internet au cours du temps, il faut que l'échelle du graphe soit dynamique.

Par exemple, il faut que la valeur maximale de l'axe des ordonnées soit toujours plus grande que la valeur maximale du signal.

A. Qu'est-ce que la valeur crête à crête d'un signal variable ?

Sur la représentation temporelle d'un signal, on peut déterminer :

- la valeur maximale du signal, notée U_{max} , dont l'unité est le volt (de symbole V)
- la valeur minimale du signal, notée U_{min} , dont l'unité est le volt (de symbole V)

On appelle valeur crête à crête d'un signal, notée U_{cc} , dont l'unité est le volt de symbole V , la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale du signal :

$$U_{cc} = U_{max} - U_{min}$$

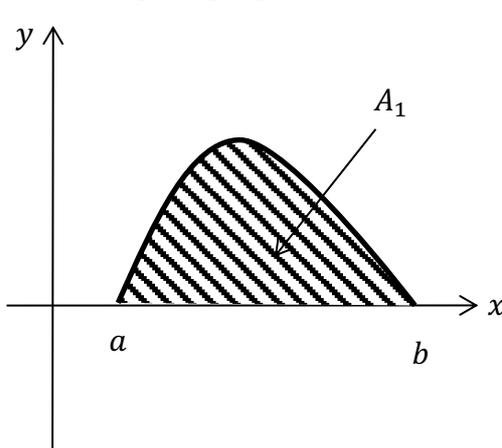
B. Qu'est-ce que la valeur moyenne d'un signal variable, périodique ?

Définition :

On dit qu'une grandeur est algébrique si elle peut être négative ou positive.

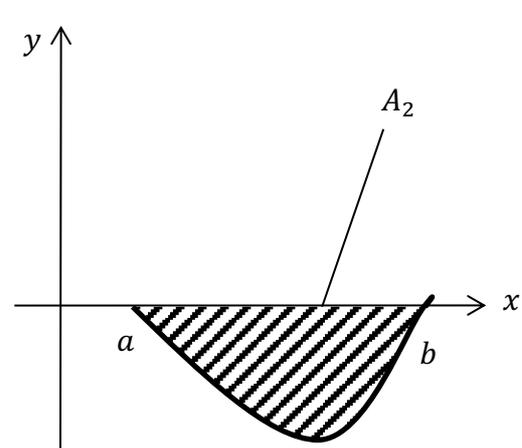
Rappels de Mathématiques : interprétation graphique de l'intégrale

Le symbole \int est celui de l'intégrale, une opération mathématique. L'intégrale suivante $\int_a^b f(x)dx$ représente l'aire algébrique présente entre la courbe et l'axe des abscisses :



L'aire hachurée A_1 est positive. Elle a pour valeur $\int_a^b f(x)dx$:

$$A_1 = \int_a^b f(x)dx, \text{ avec } A_1 > 0$$



L'aire hachurée A_2 est négative. Elle a pour valeur $\int_a^b f(x)dx$:

$$A_2 = \int_a^b f(x)dx, \text{ avec } A_2 < 0$$

Définition : (à destination des étudiants sachant ce qu'est une intégrale)

Soit $u(t)$ un signal variable, périodique, de période T . On note $\langle u(t) \rangle$ ou $\langle u \rangle$, sa valeur moyenne définie par :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)dt$$

Cette intégrale s'effectue sur le signal $u(t)$ sur un intervalle de temps égal à une période T .

L'origine t_0 est choisie arbitrairement. Par exemple, si on choisit $t_0 = 0s$, on intègre alors de 0 à T .

Conclusion :

$\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)dt$ correspond à l'aire algébrique, notée A_{totale} , située entre la courbe représentant $u(t)$ et l'axe des abscisses, **pour un motif**.

Soit $u(t)$ un signal périodique, de période T . On note $\langle u(t) \rangle$ ou $\langle u \rangle$, sa valeur moyenne définie par :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times A_{totale}$$

$\langle u \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt (V)

T : période du signal, en seconde (s)

A_{totale} : aire algébrique située entre **la courbe représentant $u(t)$** et l'axe des abscisses pour un motif, en V.s

Pour éviter de devoir déterminer l'aire totale algébrique à chaque fois, il faut savoir repérer les signaux « simples » dont la valeur moyenne est plus rapidement calculable.

❖ **Comment savoir si un motif est « simple » ou « complexe » ?**

Un signal dont le motif est « simple » possède donc une variation symétrique par rapport à la droite dont l'ordonnée est $\frac{U_{max}+U_{min}}{2}$.



Pour comprendre les notions abordées dans la suite de ce paragraphe :
« Comment déterminer la valeur moyenne d'un signal périodique ? »



❖ **Valeur moyenne d'un signal variable, périodique ayant un motif SIMPLE :**

Sur la représentation temporelle d'un signal, on peut déterminer la valeur moyenne d'un signal, notée $\langle u \rangle$, dont l'unité est le volt (de symbole V).

Pour un signal variable périodique et **de motif SIMPLE**, on détermine sa valeur moyenne, notée $\langle u \rangle$, dont l'unité est le volt (de symbole V), grâce à la formule suivante :

$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2}$$

$\langle u \rangle$: valeur moyenne de la tension $u(t)$, en Volt

❖ **Valeur moyenne d'un signal variable, périodique ayant un motif COMPLEXE :**

Si le signal périodique est constitué d'un **motif complexe**, il faut utiliser la formule $\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times A_{totale}$:

1^{ère} étape : Pour un motif de la courbe, mesurer la période T et hachurer les surfaces comprises entre la courbe et l'axe des abscisses.

2^{ème} étape : Déterminer **sans la calculer** l'aire totale notée A_{totale} (présente entre la courbe et l'axe des abscisses pour un motif) qui est la somme des surfaces situées au-dessus de l'axe des abscisses (dont l'aire est positive) et des surfaces situées en dessous de l'axe des abscisses (dont l'aire est négative).

3^{ème} étape : Calculer enfin, en Volt :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \times A_{totale}$$

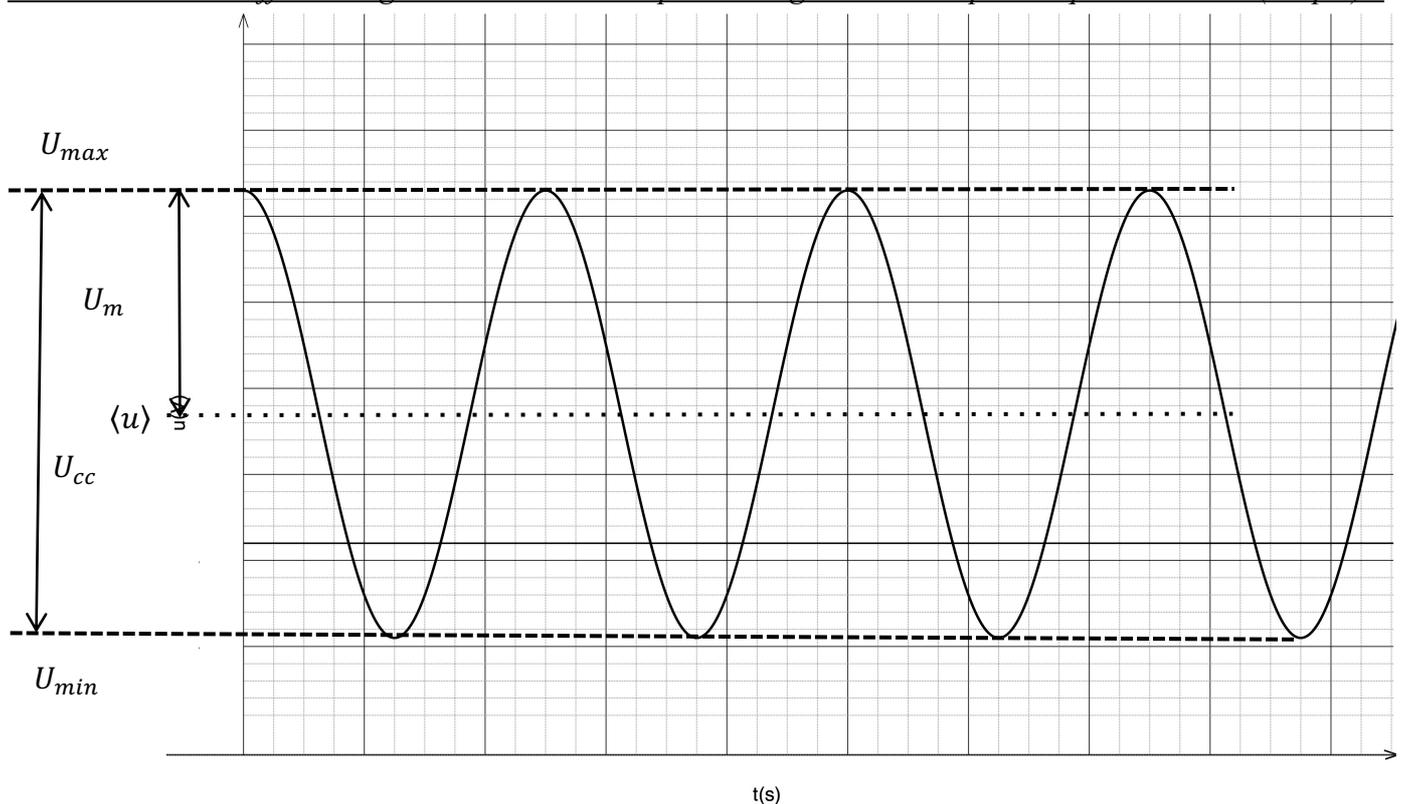
❖ **Qu'est-ce qu'un signal alternatif ?**
❖ **Comment mesurer la valeur moyenne d'un signal ?**
C. Qu'est-ce que l'amplitude pour un signal variable périodique et de motif simple ?

On définit l'amplitude d'un signal variable périodique et de **motif SIMPLE**, notée U_m , dont l'unité est le volt (de symbole V), à l'aide de la formule suivante :

$$U_m = \frac{U_{cc}}{2} \quad \text{ou} \quad U_m = \frac{U_{max} - U_{min}}{2}$$

U_m : amplitude du signal, en Volt

Visualisation des différentes grandeurs en tension pour un signal variable périodique sinusoïdal (simple) :

IV. Étude de signaux sinusoïdaux alternatifs :

On s'intéresse au cas particulier du signal sinusoïdal alternatif. Nous verrons dans le chapitre suivant, qu'il est l'élément de base permettant de créer n'importe quel autre signal.

A. Expression littérale de $u(t)$ pour un signal sinusoïdal alternatif :

Un signal sinusoïdal alternatif n'est pas constant : sa valeur u varie en fonction de l'instant t .

Expression littérale d'un signal sinusoïdal alternatif : (à connaître par cœur)

Un signal u variable, périodique, sinusoïdal et alternatif (c'est-à-dire de valeur moyenne nulle), a pour expression littérale :

U_m : amplitude de la tension, en Volt (V)

π : le nombre mathématique bien connu

f : la fréquence du signal, en hertz (Hz)

t : la durée qui s'est écoulée depuis l'origine du temps, en seconde (s)

φ : la phase à l'origine, dont l'unité est le radian.

Par définition, la phase à l'origine varie sur l'intervalle suivant

B. Que représente graphiquement la phase à l'origine φ d'un signal variable périodique sinusoïdal alternatif ?

Pour déterminer la valeur de la phase à l'origine φ d'un signal, il faut toujours étudier ce signal par rapport à un autre signal dit « de référence », dont on connaît la phase à l'origine (notée $\varphi_{réf}$). On étudie en réalité un déphasage noté $\Delta\varphi$ entre le signal et le signal de référence :

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_{réf}$$

L'idée (pour faciliter nos calculs dans l'ensemble de ce chapitre) est de choisir un signal de référence dont la phase à l'origine est nulle : $\varphi_{réf} = 0$. Ainsi déterminer le déphasage $\Delta\varphi$ du signal par rapport au signal de référence revient à déterminer la phase à l'origine φ du signal.

$$\Delta\varphi = \varphi$$

❖ **Signal de référence :**

Dans ce chapitre, le signal de référence est un signal ayant même amplitude, même valeur moyenne, même fréquence que le signal étudié mais **ayant une phase à l'origine nulle**.

Dans le cadre des notations du chapitre, le signal de référence est à sa valeur maximale à l'instant $t = 0s$.

❖ **Vocabulaire pour les valeurs particulières de déphasage :** (*à connaître par cœur*)

Si le déphasage du signal étudié par rapport au signal de référence est égal à $+\frac{\pi}{2}$ alors le signal étudié est **en avance** et **en quadrature** de phase par rapport au signal de référence.

Si le déphasage du signal étudié par rapport au signal de référence est égal à $-\frac{\pi}{2}$ alors le signal étudié est **en retard** et **en quadrature** de phase par rapport au signal de référence.

Si le déphasage du signal étudié par rapport au signal de référence est égal à $+\pi$ alors le signal étudié est **en opposition** de phase par rapport au signal de référence.

Remarque mathématique : valeur principale de l'angle φ

Graphiquement, on observe que les courbes obtenues pour $\varphi = +\pi$ et $\varphi = -\pi$ sont identiques.

En effet, l'angle φ est défini à 2π près :

$$\varphi = +\pi [2\pi]$$

$[2\pi]$ se prononce « modulo- 2π ». Cela signifie que l'angle φ peut être égal à $+\pi$; $+3\pi$; $+5\pi$ etc. ou encore $-\pi$; -3π ; -5π etc.

Par définition, les valeurs principales d'un angle sont comprises entre $]-\pi; \pi]$

C. Comment déterminer graphiquement et « rapidement » des valeurs particulières de déphasage ?

Vidéo pour comprendre les notions abordées dans ce paragraphe :
« Apprendre à repérer la quadrature de phase, l'opposition de phase entre deux signaux »

❖ **Méthode graphique pour des valeurs particulières de déphasage :** (*à savoir et à savoir-faire*)

Si le signal étudié est **en avance** par rapport au signal de référence (de phase à l'origine nulle), alors la phase à l'origine du signal φ est **positive**.

Si le signal étudié est **en retard** par rapport au signal de référence (de phase à l'origine nulle), alors la phase à l'origine du signal φ est **négative**.

Dans la suite, nous allons apprendre à déterminer graphiquement φ pour tous les cas possibles.

D. Comment déterminer la phase à l'origine φ pour un signal variable périodique sinusoïdal alternatif (en dehors des valeurs particulières) ?



Vidéo pour comprendre les notions abordées dans ce paragraphe
« Apprendre à déterminer la phase à l'origine d'un signal sinusoïdal »



❖ **Si l'énoncé donne une représentation temporelle du signal $u(t)$: (à savoir faire)**

Préliminaire : qu'est-ce que le décalage temporel Δt entre deux signaux ?

Soit $t_{réf}$, l'instant (abscisse) d'un point du signal de référence. On note t_{signal} l'instant du point similaire sur le signal étudié. On appelle « décalage temporel » noté Δt du signal étudié par rapport au signal de référence, la grandeur :

$$\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$$

Si le signal étudié $u(t)$ est **en avance** par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors Δt

Si le signal étudié $u(t)$ est **en retard** par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors Δt

Méthode graphique pour déterminer la phase à l'origine φ d'un signal :

- Déterminer graphiquement la période du signal étudié.
- Repérer ou tracer (si ce n'est pas déjà fait dans l'énoncé) le signal dit de référence, ayant même amplitude, même fréquence que le signal étudié et **ayant une valeur maximale à l'instant $t = 0s$ (phase à l'origine nulle)**
- Déterminer la valeur du décalage temporel noté Δt , en veillant à son signe :

$$\Delta t = t_{réf} - t_{signal}$$
- On obtient le déphasage du signal étudié par rapport au signal de référence, en appliquant une des relations suivantes (à admettre) :

f : la fréquence du signal, en hertz (Hz)

T : période du signal, en seconde (s)

ω : pulsation du signal, en rad/s

$\Delta\varphi$: déphasage du signal étudié par rapport au signal de référence, dont l'unité est le radian.

Votre résultat $\Delta\varphi$ doit appartenir à l'intervalle $]-\pi; \pi]$

- Vérifier que le signe de $\Delta\varphi$ correspond bien au retard ou à l'avance observé sur le graphe :

Si le signal étudié $u(t)$ est **en avance** par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors $\Delta\varphi > 0$

Si le signal étudié $u(t)$ est **en retard** par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors $\Delta\varphi < 0$

- Conclure en indiquant la valeur de la phase à l'origine φ du signal étudié : $\varphi = \Delta\varphi$ car $\varphi_{réf} = 0$

Remarques :

On exprime très fréquemment la phase à l'origine φ , en multiple de π .

Pour les étudiants ayant des difficultés à comprendre l'étape 6 de la méthode, vous pouvez appliquer directement la formule suivante à l'étape 4 :

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t$$

❖ **Si l'énoncé donne l'expression numérique de $u(t)$: identification (à savoir faire)**

On peut déterminer par identification à l'aide de l'expression littérale de $u(t)$, les grandeurs caractéristiques du signal, dont la phase à l'origine.

Exemple :

Par identification :

$$\text{Expression littérale du signal : } u(t) = U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi)$$

$$\text{Expression numérique du signal : } u(t) = 8 \times \cos(2 \times \pi \times 100 \times t + \pi)$$

On obtient :

E. Comment déterminer l'expression numérique d'un signal variable périodique sinusoïdal alternatif à partir de sa représentation temporelle ?

Ce type de signal (t) a pour expression littérale :

$$u(t) = U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi)$$

Il faut alors déterminer graphiquement les valeurs de U_m , f et φ . Il ne reste plus qu'à remplacer ces grandeurs par leur valeur dans l'expression littérale.



**Ne pas remplacer par une valeur la lettre « t » dans
 $U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi)$: c'est une variable qui n'a rien à voir avec T**

Parallèle avec les Mathématiques :

Lorsque l'on vous demande de déterminer l'équation d'une droite ne passant pas par l'origine, vous savez que l'expression littérale de l'équation est $y = a \times x + b$.

Il faut alors chercher la valeur du coefficient directeur a et de l'ordonnée à l'origine b . Imaginons que vous trouviez $a = 5$ et $b = 2$.

L'expression numérique de l'équation de la droite est donc : $y = 5 \times x + 2$

Vous ne remplacez pas y **correspondant aux ordonnées** et x **correspondant aux abscisses car ce sont des variables.**

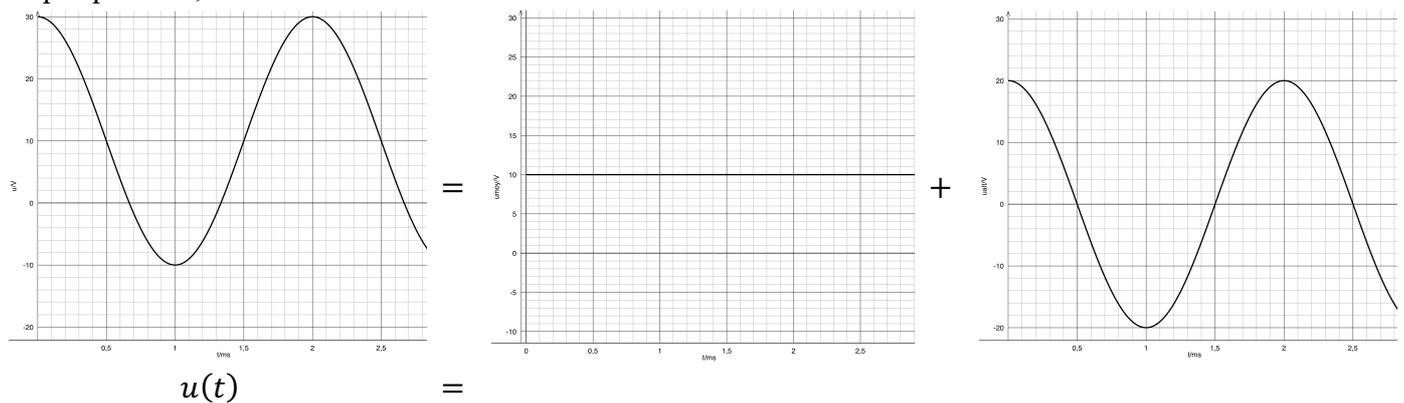
Vous ne remplacez pas y **correspondant aux ordonnées** et x **correspondant aux abscisses car ce sont des variables.**

V. Décomposition de signaux périodiques :

A. Décomposition de signaux sinusoïdaux :

Un signal sinusoïdal non alternatif possède une valeur moyenne non nulle, notée $\langle u \rangle$. Ce signal a pour expression littérale :

Graphiquement, cela donne :



B. Généralisation à tous les signaux périodiques :

A retenir :

Un signal périodique peut-être décomposé comme la somme :

- d'une composante continue, de fréquence nulle et de valeur, la valeur moyenne du signal
- d'une composante alternative.

Chapitre 03 - Ce qu'il faut savoir :

- Connaître les définitions des mots « périodique » et « fréquence »
- Connaître la formule donnant la fréquence, la pulsation à partir d'une période.
- Connaître les formules de la valeur moyenne, de l'amplitude, et de la tension crête à crête d'un signal périodique simple ou complexe.
- Connaître la formule du rapport cyclique.
- Connaître la définition de « opposition de phase » et « quadrature de phase »
- Connaître la définition du décalage temporel.
- Connaître la méthode pour déterminer la phase à l'origine en utilisant $\varphi = \Delta t \times \frac{2\pi}{T}$
- Savoir que si le signal étudié $u(t)$ est en avance par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors $\Delta t > 0$ et $\varphi > 0$
- Savoir que si le signal étudié $u(t)$ est en retard par rapport au signal de référence $u_{réf}(t)$ alors $\Delta t < 0$ et $\varphi < 0$
- Savoir qu'un signal sinusoïdal est la somme d'une composante continue et d'une composante alternative sinusoïdale

Chapitre 03 - Ce qu'il faut savoir-faire :

- Respecter l'utilisation des majuscules pour les signaux constants et des minuscules pour les signaux variables.
- Distinguer les signaux variables non aléatoires/aléatoires.
- Distinguer les signaux périodiques et leur type de motif.
- Savoir calculer une fréquence, une pulsation à partir d'une période (et inversement).
- Savoir calculer un rapport cyclique pour un signal rectangulaire.
- Savoir reconnaître un motif simple
- Savoir déterminer graphiquement la valeur moyenne, l'amplitude, la période, la tension crête à crête d'un signal périodique simple ou complexe (sur un oscillogramme ou sur un graphe)
- A partir d'un graphe, savoir si le signal périodique de motif simple, est alternatif.
- Savoir tracer ou repérer le signal de référence.
- Savoir déterminer graphiquement le décalage temporel.
- Savoir déterminer graphiquement la phase à l'origine d'un signal sinusoïdal.
- Savoir repérer des signaux en quadrature ou en opposition de phase
- Savoir repérer l'avance ou le retard d'un signal par rapport à un autre
- Savoir déterminer par identification l'amplitude, la valeur moyenne, la fréquence, la phase à l'origine d'un signal sinusoïdal.
- Comprendre la formule $u(t) = \langle u \rangle + U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \varphi)$