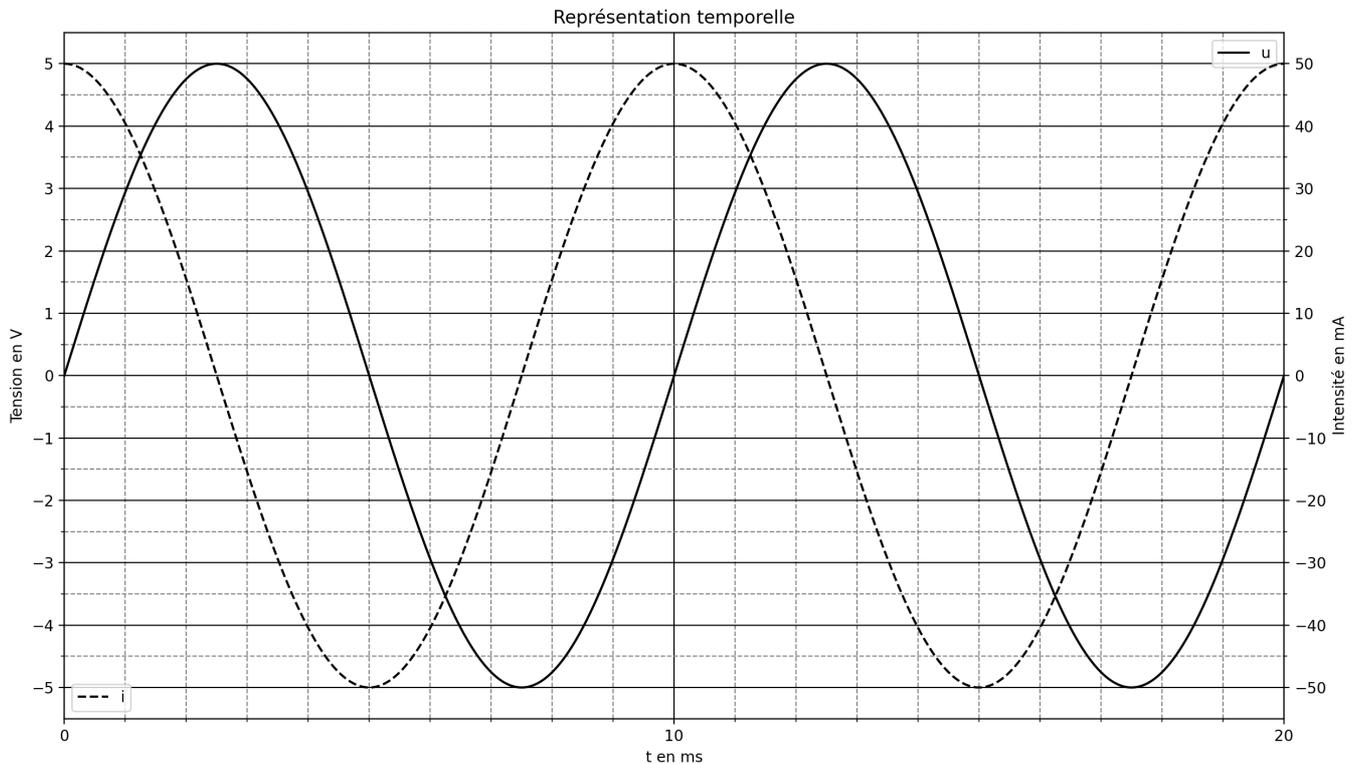


## Chapitre 05 – Puissance d'un signal variable. Niveaux de puissance. Rapport signal sur bruit.

## Activités et applications

## ❖ De la puissance instantanée vers la puissance moyenne :

Un dipôle électrique (un condensateur électrique) est soumis à une tension variable à ses bornes, notée  $u(t)$ . L'intensité le traversant est notée  $i(t)$ . On donne ci-dessous les chronogrammes représentant  $u(t)$  et  $i(t)$ .

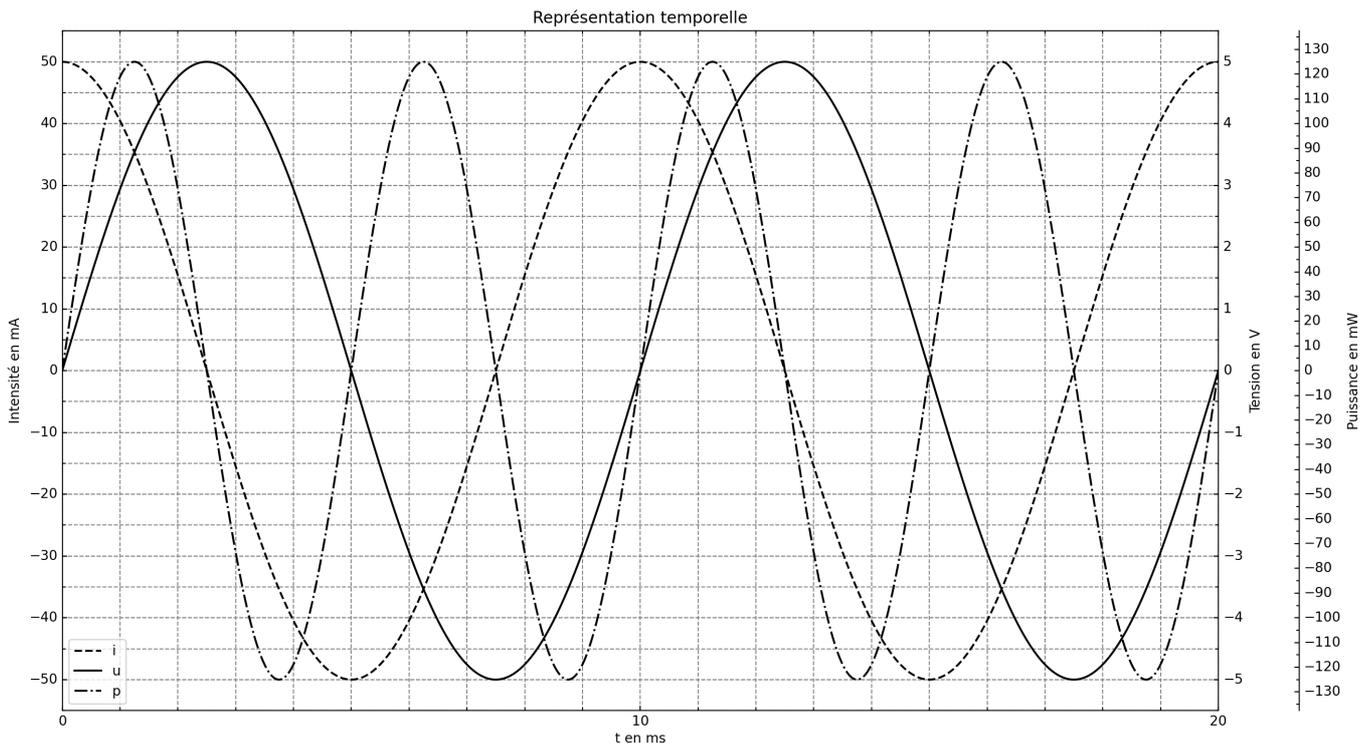


1. Compléter le tableau suivant :

Instant $t(ms)$	$t = 0 ms$	$t = 1 ms$	$t = 4 ms$	$t = 5 ms$
Valeur de la tension $u(t)$ , en V	0	3		
Valeur de l'intensité $i(t)$ , en mA	50	40		
Valeur de la puissance instantanée reçue par le dipôle $P(t)$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 0 \times 50 \times 10^{-3}$ $P(t) = 0 W$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 3 \times -40 \times 10^{-3}$ $P(t) = 120 mW$		

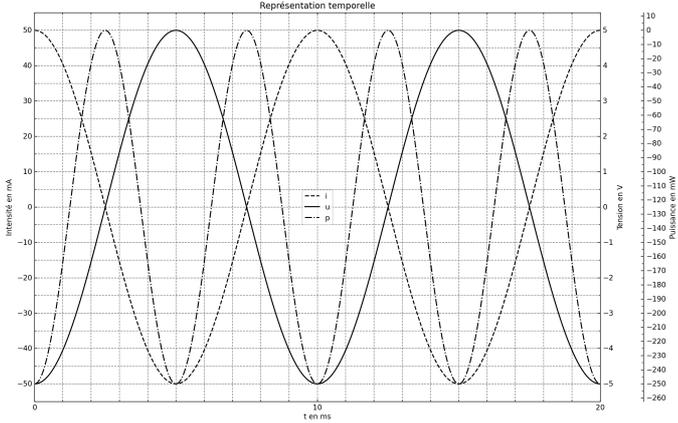
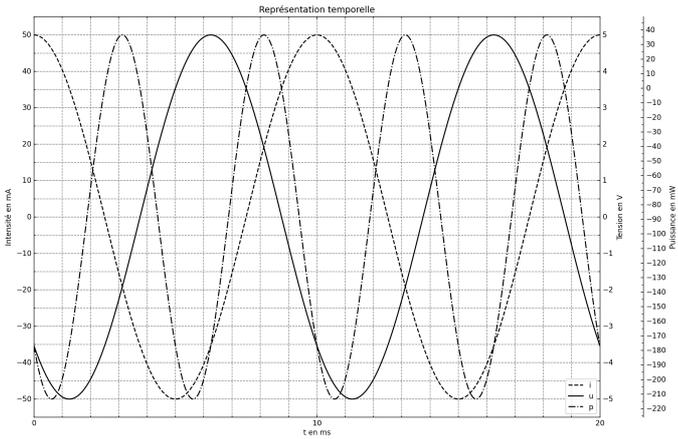
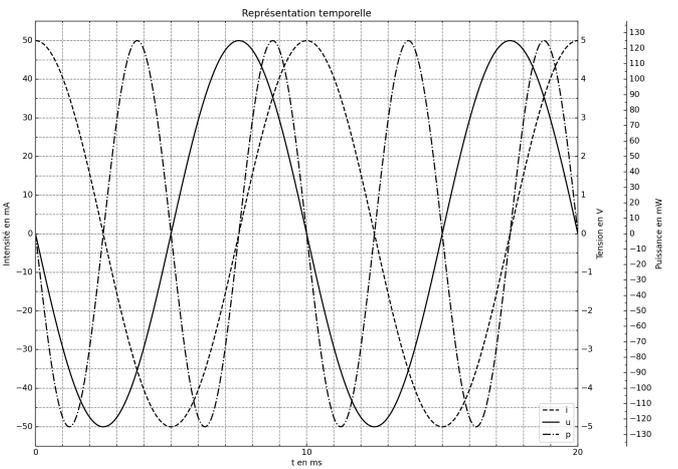
2. Donner les expressions numériques de  $i(t)$  et  $u(t)$ , puis de  $P(t)$  :

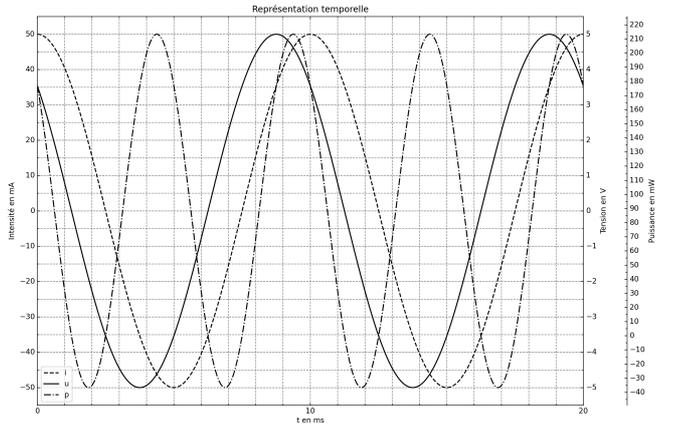
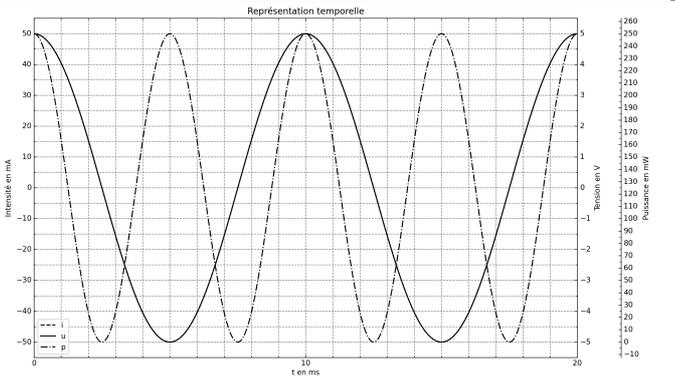
A l'aide de Python, on trace le chronogramme de  $P(t)$  :



3. Entre  $t = 0 \text{ ms}$  et  $t = 2,5 \text{ ms}$ , le condensateur a-t-il un comportement récepteur ou générateur ? Justifier votre réponse.
4. Entre  $t = 2,5 \text{ ms}$  et  $t = 5,0 \text{ ms}$ , le condensateur a-t-il un comportement récepteur ou générateur ? Justifier votre réponse.
5. Quelle grandeur serait-il pertinent de définir alors à partir de la puissance instantanée reçue  $P(t)$  ? Calculer la valeur de cette grandeur.
6. Sur une période, y-a-t-il un transfert d'énergie entre le signal (fourni par un générateur) et le condensateur ?

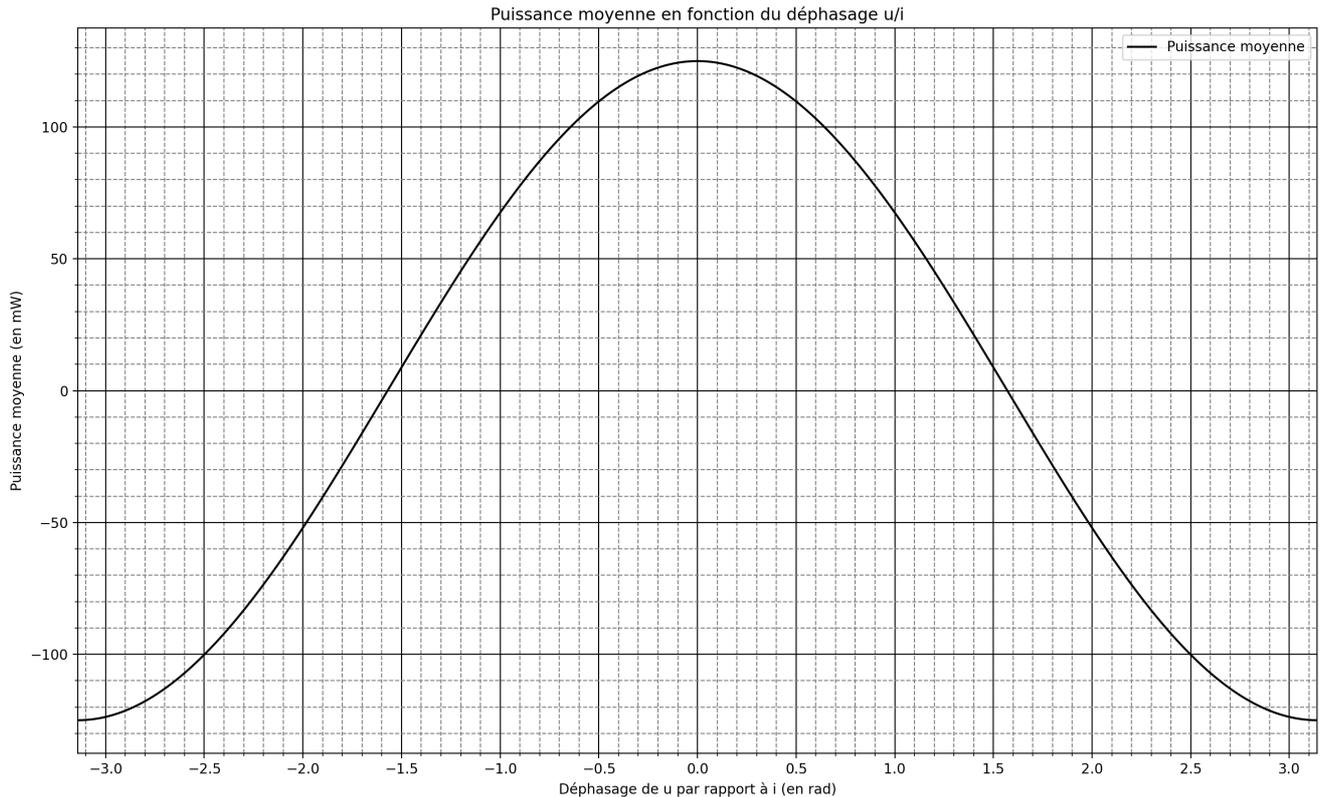
Pour d'autres dipôles qu'un condensateur, le déphasage de la tension par rapport à l'intensité est différent de  $-\frac{\pi}{2}$ . Dans le script Python, l'enseignant modifie la valeur du déphasage pour simuler d'autres dipôles.

Dipôle et déphasage de la tension par rapport à l'intensité	Allure du chronogramme	Calcul de $\langle P(t) \rangle$ et conclusion sur le comportement du dipôle (sur une période)
<p>Dipôle A <math>\pi</math></p>		$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t) \rangle = \frac{0 + (-250)}{2}$ $\langle P(t) \rangle = -125 \text{ mW}$ <p>Le dipôle A a un comportement générateur car la puissance moyenne reçue est négative.</p>
<p>Dipôle B <math>\frac{3\pi}{4}</math></p>		
<p>Bobine idéale <math>\frac{\pi}{2}</math></p>		$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t) \rangle = \frac{125 + (-125)}{2}$ $\langle P(t) \rangle = 0 \text{ mW}$ <p>En moyenne, la bobine idéale a un comportement ni générateur ni récepteur car la puissance moyenne reçue est nulle.</p>

<p>Dipôle C <math>\frac{\pi}{4}</math></p>		$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t) \rangle = \frac{215 + (-35)}{2}$ $\langle P(t) \rangle = 90,0 \text{ mW}$ <p>Le dipôle C a un comportement récepteur car la puissance moyenne reçue est positive.</p>
<p>Conducteur ohmique / 0</p>		$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t) \rangle = \frac{250 + 0}{2}$ $\langle P(t) \rangle = 125 \text{ mW}$ <p>Le conducteur ohmique a un comportement récepteur car la puissance moyenne reçue est positive.</p>

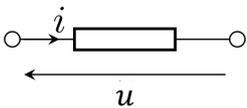
7. Quel dipôle (parmi les 4 précédents) se comportant comme un récepteur, permet au transfert d'énergie électrique de se faire sur la durée la plus courte ? Quelle est la valeur du déphasage de la tension par rapport à l'intensité pour ce dipôle ?

On donne ci-dessous le graphe représentant la puissance moyenne reçue par un dipôle en fonction du déphasage de la tension aux bornes de ce dipôle par rapport à l'intensité le traversant.



8. Sur ce graphe, tracer les points correspondant à la bobine idéale, le condensateur et le conducteur ohmique.

Notation pour des signaux sinusoïdaux alternatifs :



$$u(t) = U_m \times \cos(2\pi ft + \phi)$$

$$i(t) = I_m \times \cos(2\pi ft)$$

$i$  : intensité traversant le dipôle  
 $u$  : tension aux bornes du dipôle

$f$  : fréquence des signaux, en Hz

$U_m$  : amplitude de la tension aux bornes du dipôle étudié, en V

$I_m$  : amplitude de l'intensité traversant le dipôle étudié, en A

$\phi$  est le déphasage de la tension à ses bornes par rapport à l'intensité qui le traverse.

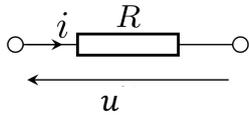
9. A l'aide du graphe précédent, entourer la formule correcte permettant de calculer la puissance moyenne reçue par un dipôle électrique, dans le cas de signaux sinusoïdaux :

$$\langle P(t) \rangle = U_m \times I_m \times \cos \phi \quad \langle P(t) \rangle = \frac{U_m \times I_m}{2} \times \cos \phi$$

$$\langle P(t) \rangle = U_m \times I_m \times \sin \phi \quad \langle P(t) \rangle = \frac{U_m \times I_m}{2} \times \sin \phi$$

### ❖ Découverte de la valeur efficace d'un signal :

On étudie les échanges d'énergie qui ont lieu dans un conducteur ohmique, lorsque la tension a ses bornes est périodique. On rappelle que :



En convention récepteur, la tension aux bornes d'un conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité qui le traverse :

$$u = R \times i$$

$u$  : tension aux bornes du conducteur ohmique, en volt (noté V)

$R$  : résistance du conducteur ohmique, dont l'unité est l'ohm (noté  $\Omega$ )

$i$  : intensité traversant le conducteur ohmique, en ampère (noté A)

10. Établir l'expression littérale de la puissance moyenne (ou active) reçue par un conducteur ohmique en fonction de  $\langle u^2 \rangle$  et  $R$ :

$$\langle P(t) \rangle = \langle u \times i \rangle \text{ avec } i = \frac{u}{R} \text{ donc } \langle P(t) \rangle = \langle u \times \frac{u}{R} \rangle$$

Pour un conducteur ohmique, on obtient :

$$\langle P(t) \rangle = \langle \frac{u^2}{R} \rangle, \text{ or } R \text{ est constant, donc:}$$

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle u^2 \rangle}{R}$$

11. A l'aide du paragraphe II.A, établir l'expression littérale de la puissance moyenne active reçue par un conducteur ohmique en fonction de la valeur efficace de la tension  $U_{eff}$  et  $R$

Par définition :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}, \text{ donc } \langle u^2 \rangle = U_{eff}^2$$

Finalement, on obtient :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{U_{eff}^2}{R}$$

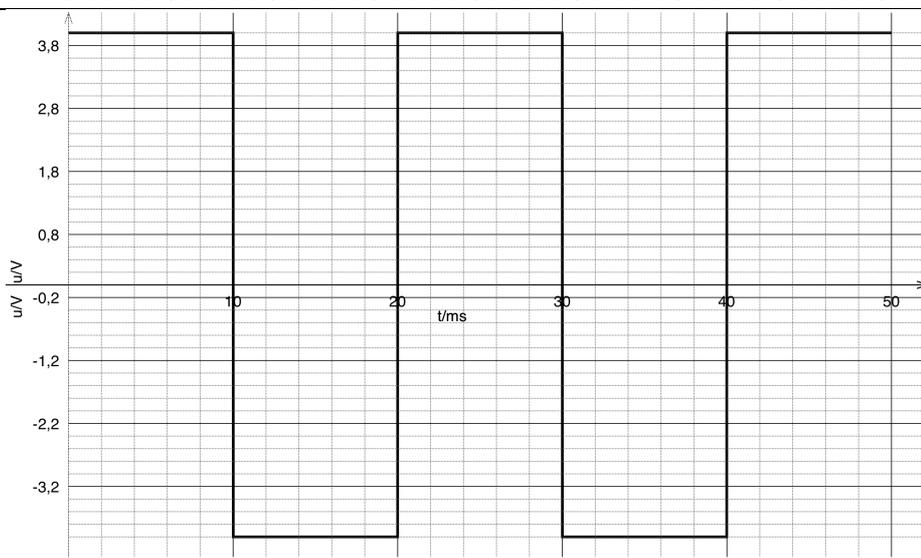
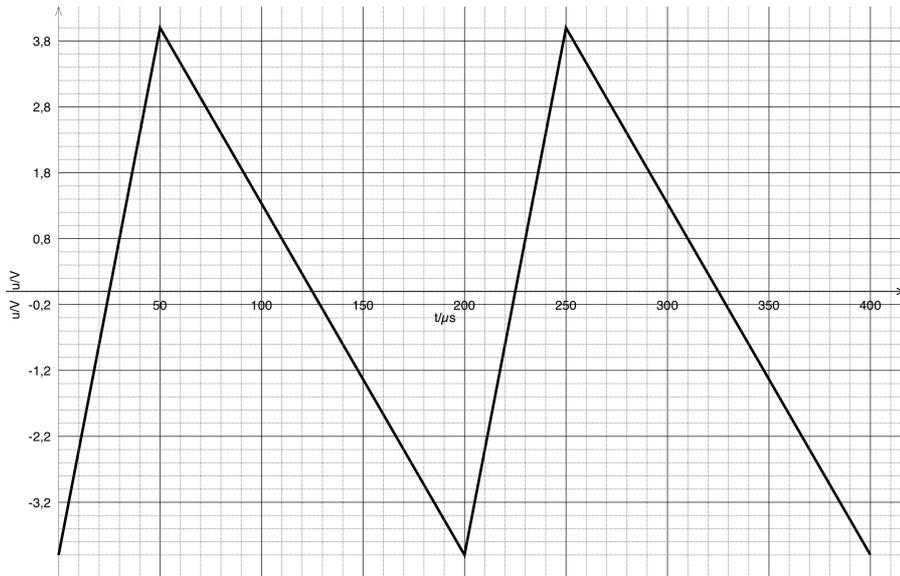
12. Compléter la phrase suivante :

Plus la valeur efficace d'un signal périodique est grande, plus ce signal est susceptible de fournir une énergie électrique pour une même durée, au conducteur ohmique.

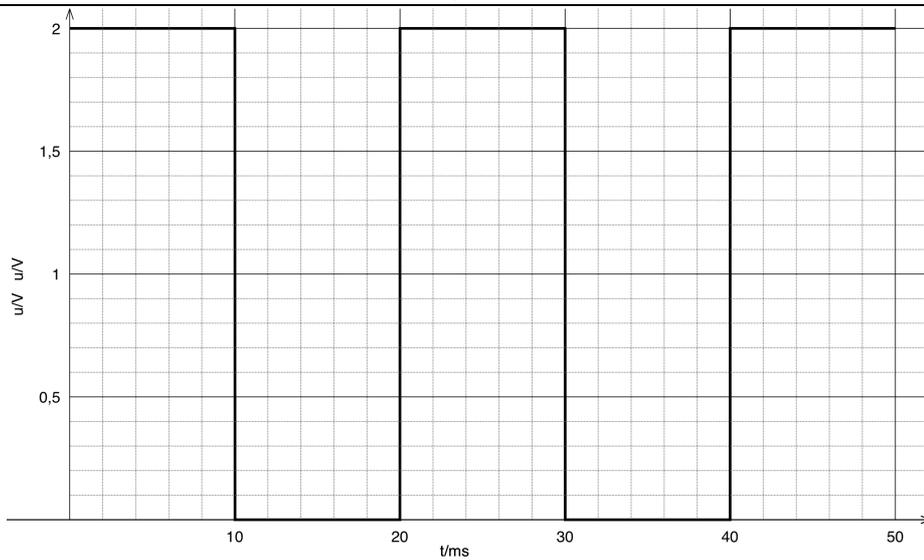
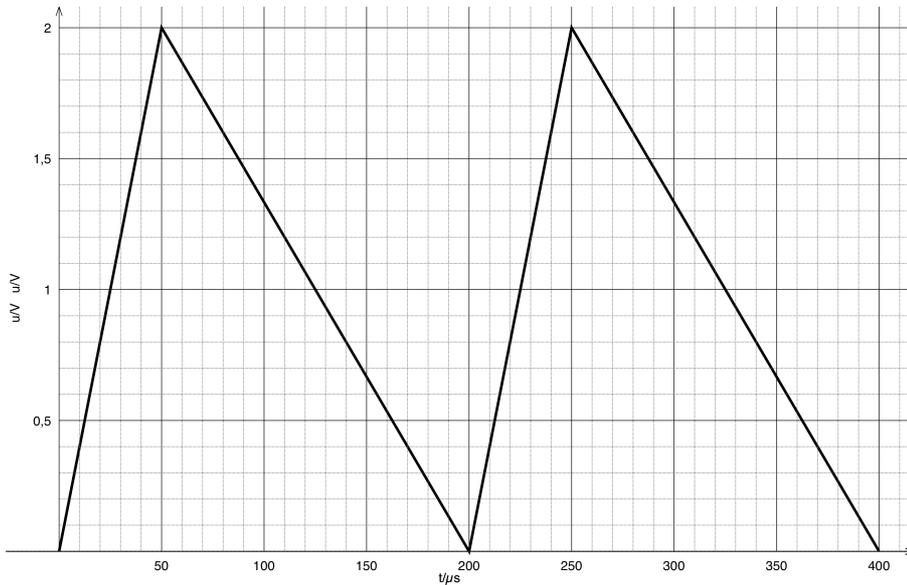
### ❖ Comment déterminer la valeur efficace de signaux périodiques ayant un motif sinusoïdal, triangulaire ou carré ?

13. Déterminer la valeur efficace des signaux suivants.

$$u(t) = 4,0 \times \cos\left(1000\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$



$$u(t) = 1,0 + 1,0 \times \cos\left(1000\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

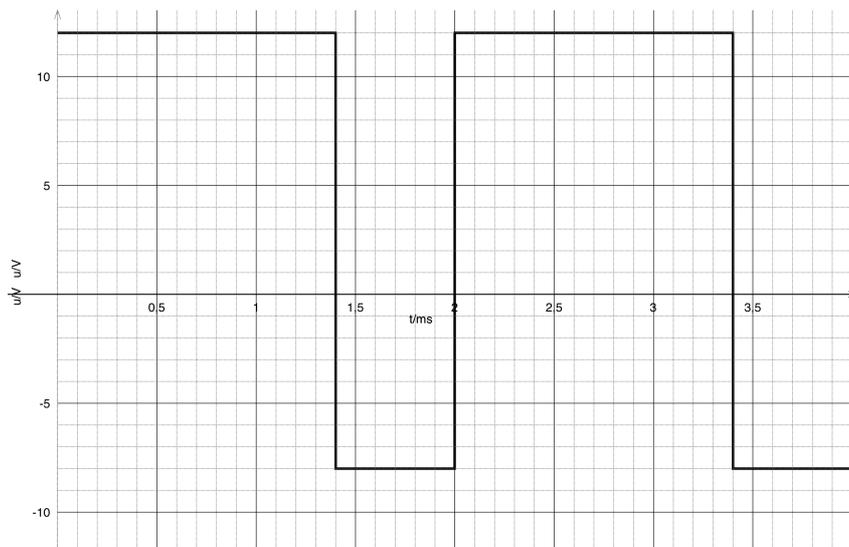


14. La valeur efficace du signal dépend-elle de la forme du motif ?

La valeur efficace du signal \_\_\_\_\_ de la forme du motif.

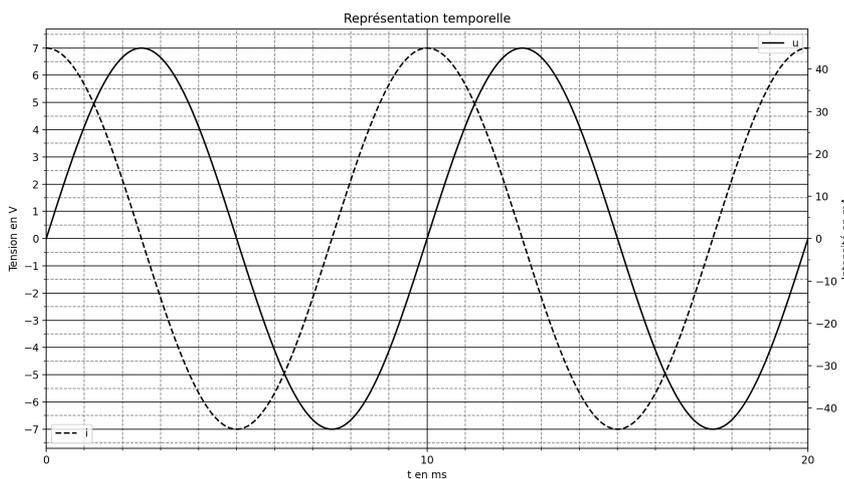
La valeur efficace étant liée à la puissance moyenne du signal, on constate qu'à valeur moyenne et amplitudes égales, le signal le plus puissant est le signal \_\_\_\_\_, suivi du signal \_\_\_\_\_, et enfin le signal \_\_\_\_\_.

- ❖ Comment déterminer la valeur efficace de signaux au motif rectangulaire ?
- ❖ Comment déterminer la valeur efficace de signaux au motif rectangulaire ?



15. Déterminer graphiquement la valeur efficace  $U_{eff}$  du signal ci contre. On rédigera chaque étape du raisonnement.

❖ Calculs de puissances actives :



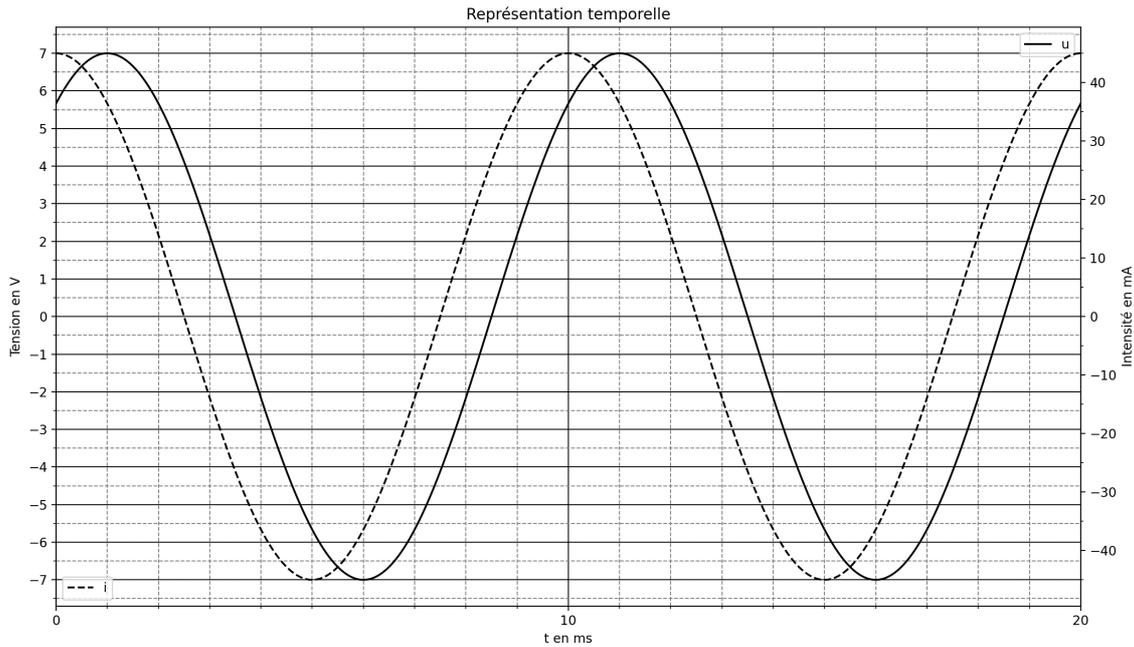
Un condensateur électrique est soumis à une tension variable à ses bornes, notée  $u(t)$ .

L'intensité le traversant est notée  $i(t)$ . On donne ci-contre les chronogrammes représentant  $u(t)$  et  $i(t)$ .

16. Calculer la valeur de la puissance active reçue par ce condensateur :

Un dipôle est soumis à une tension variable à ses bornes, notée  $u(t)$ .

L'intensité le traversant est notée  $i(t)$ . On donne ci-dessous les chronogrammes représentant  $u(t)$  et  $i(t)$ .



17. Calculer la valeur de la puissance active reçue par ce dipôle :

18. En déduire le comportement de ce dipôle (sur une période), en justifiant votre réponse :

### ❖ Échelle logarithmique :

La fréquence des harmoniques d'un même signal peut varier sur un large intervalle de valeurs (de 0 Hz à plusieurs dizaines de MHz).

Si on veut étudier chaque harmonique, on peut choisir de représenter les fréquences de chacun, sur l'axe des abscisses, avec une **échelle linéaire**.

19. Placer sur l'axe ayant une échelle linéaire, les valeurs suivantes de la fréquence d'un signal :

$$f_1 = 0,50 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 0,10 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 10 \times 10^3 \text{ Hz}$$

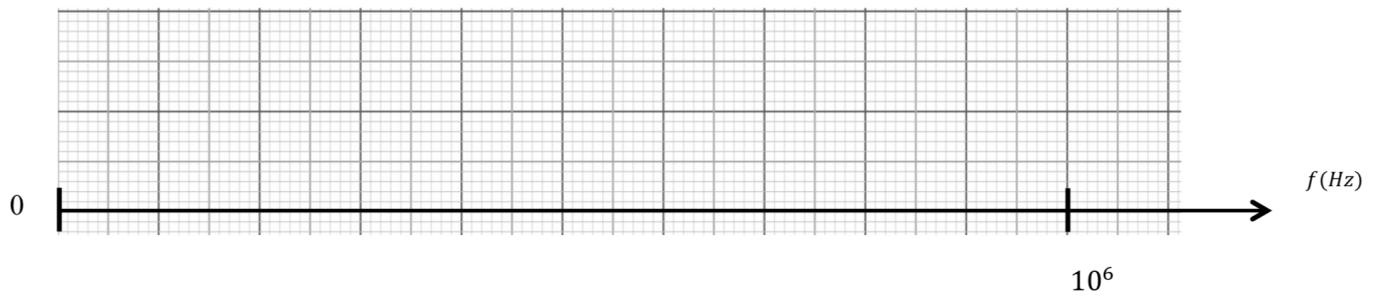
$$f_4 = 5,0 \times 10^3 \text{ Hz}$$

$$f_5 = 1,0 \times 10^3 \text{ Hz}$$

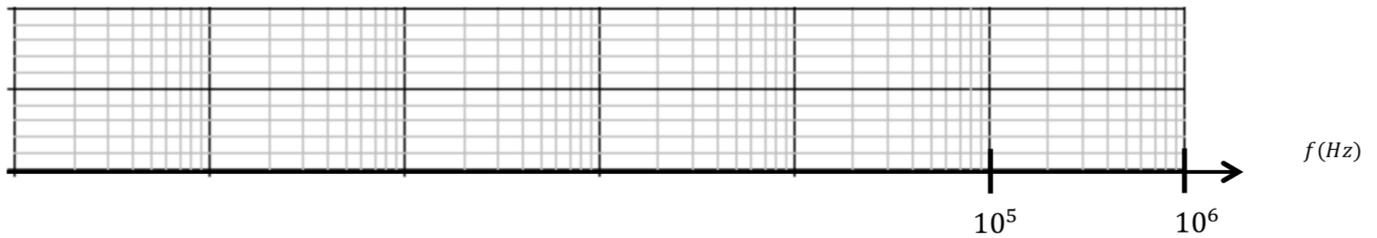
$$f_6 = 100 \text{ Hz}$$

$$f_7 = 10 \text{ Hz}$$

$$f_8 = 1,0 \text{ Hz}$$



20. Cette échelle linéaire est-elle adaptée à notre étude ?
21. Placer sur l'axe ayant une échelle logarithmique, les mêmes fréquences que précédemment.



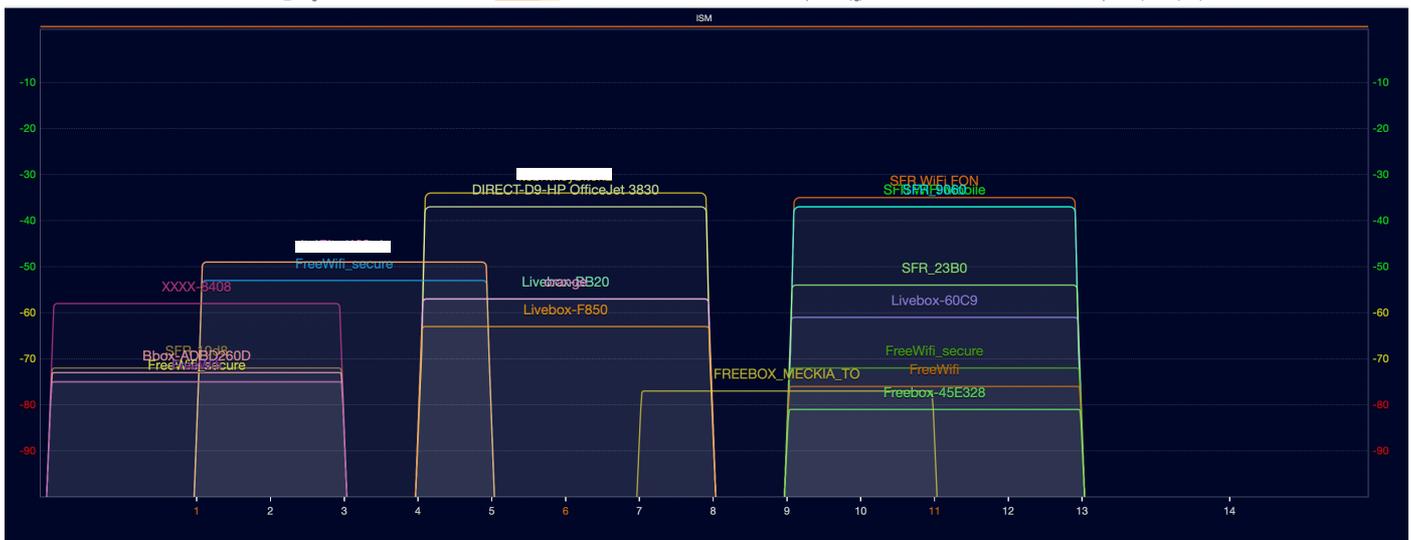
22. Où se situe la fréquence  $f = 0 \text{ Hz}$  sur cette échelle ?
23. Cette échelle logarithmique est-elle adaptée à notre étude ?

❖ **Niveau de puissance d'un signal, en  $dBm$  :**

24. Une antenne WIFI reçoit un signal dont la puissance active est  $\langle P \rangle = 2 \text{ mW}$ . Déterminer la valeur du niveau de puissance correspondant (en  $dBm$ ) :
25. Une antenne WIFI reçoit un signal dont la puissance active est  $\langle P \rangle = 0,5 \text{ mW}$ . Déterminer la valeur du niveau de puissance correspondant (en  $dBm$ ) :
26. L'intervalle de puissance active des signaux émis en téléphonie mobile est entre  $1,0 \text{ nW}$  et  $100 \text{ W}$ . Déterminer pour la puissance active maximale et minimale, la valeur du niveau de puissance correspondant (en  $dBm$ )

Un logiciel analysant le signal reçu par l'antenne WIFI d'un ordinateur fourni le spectre suivant :

BSSID	Nom du réseau	Fabricant	Signal	Canal	Largeur du canal	Bande	Mode	Génération	Débit max	Security	Actualisé
B8:26:6C:F6:BB:20	Livebox-BB20	ANOV France	-57 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
E4:5D:51:39:23:B6	SFR_23B0	SFR	-54 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
F4:CA:EA:51:DE:20	FREEBOX_MECKIA_TO	Freebox	-77 dBm	9	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA (PSK)	En ce moment
62:5D:51:60:90:65	SFR WIFI Mobile	SFR	-37 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
34:27:92:4E:6F:2A	FreeWifi	Freebox	-49 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps		En ce moment
34:27:92:4E:6F:2B	FreeWifi_secure	Freebox	-53 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
FC:3F:DB:64:35:AD	DIRECT-AC-HP ENVY 55...	Hewlett-Packard Company	-61 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	g/n	Wi-Fi 4	72.2 Mbps	WPA2 (PSK)	Il y a 15 secondes
14:0C:76:7B:A8:57	ZizouZizou	Freebox	-79 dBm	7	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA (PSK)	Il y a 25 secondes
62:5D:51:60:90:67	SFR WIFI FON	SFR	-35 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps		En ce moment
F4:CA:EA:51:DE:22	FreeWifi_secure	Freebox	-78 dBm	9	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	Il y a 2 secondes
F4:CA:EA:5E:DD:99	FreeWifi	Freebox	-75 dBm	7	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps		Il y a 1 minutes
B8:26:6C:BC:F8:50	Livebox-F850	ANOV France	-63 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
D0:6E:DE:C1:82:30	Bbox-ADBD260D	Sagemcom Broadband	-73 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
A0:39:EE:92:FC:36	SFR-fc30	Sagemcom Broadband	-76 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	Il y a 1 minutes
10:E7:C6:95:91:DA	DIRECT-D9-HP OfficeJe...	Hewlett-Packard Company	-37 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	g/n	Wi-Fi 4	72.2 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
34:27:92:4E:82:C0	Freebox-45E328	Freebox	-81 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
68:A3:78:CC:CD:4E	FreeWifi_secure	Freebox	-75 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
D2:46:E3:3A:B7:47	FreeWifi_secure	Freebox	-72 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA (802.1X)	En ce moment
DC:A4:CA:EF:12:6E	itsbritney	Apple Inc.	-34 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
60:35:CC:17:E3:3E	SFR_E338	SFR	-78 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	Il y a 2 secondes
34:27:92:4E:6F:29	Freebox	Freebox	-49 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
E4:5D:51:60:90:66	SFR_9060	SFR	-37 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
54:64:D9:4E:84:0E	XXXX-8408	Sagemcom Broadband	-58 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment



27. Quelle est l'unité portée par la grandeur présente sur l'axe des ordonnées ?
28. Les signaux reçus par l'antenne WIFI ont-ils une puissance moyenne, plus grande ou plus faible que  $1\text{ mW}$  ?
29. A l'aide du tableau, répondre à la question suivante : quel signal possède le plus haut niveau de puissance ?  
On donnera le nom du réseau.
30. Calculer la valeur de la puissance active du signal (en watt) de ce même réseau :

❖  **Spectre en amplitude et puissance moyenne :**

En convention récepteur, on place aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 1,00 \Omega$  le signal  $y(t)$  carré, d'amplitude  $U_m = 3,00 V$  dont l'expression temporelle est la suivante :

$$y(t) = 1,000 + 3,820 \cos(4000\pi t) + 1,273 \cos(12000\pi t) + 0,7639 \cos(20000\pi t) + 0,5457 \cos(28000\pi t) + \dots$$

31. Calculer la puissance reçue par le système grâce à la composante continue du signal :

32. Compléter le tableau suivant :

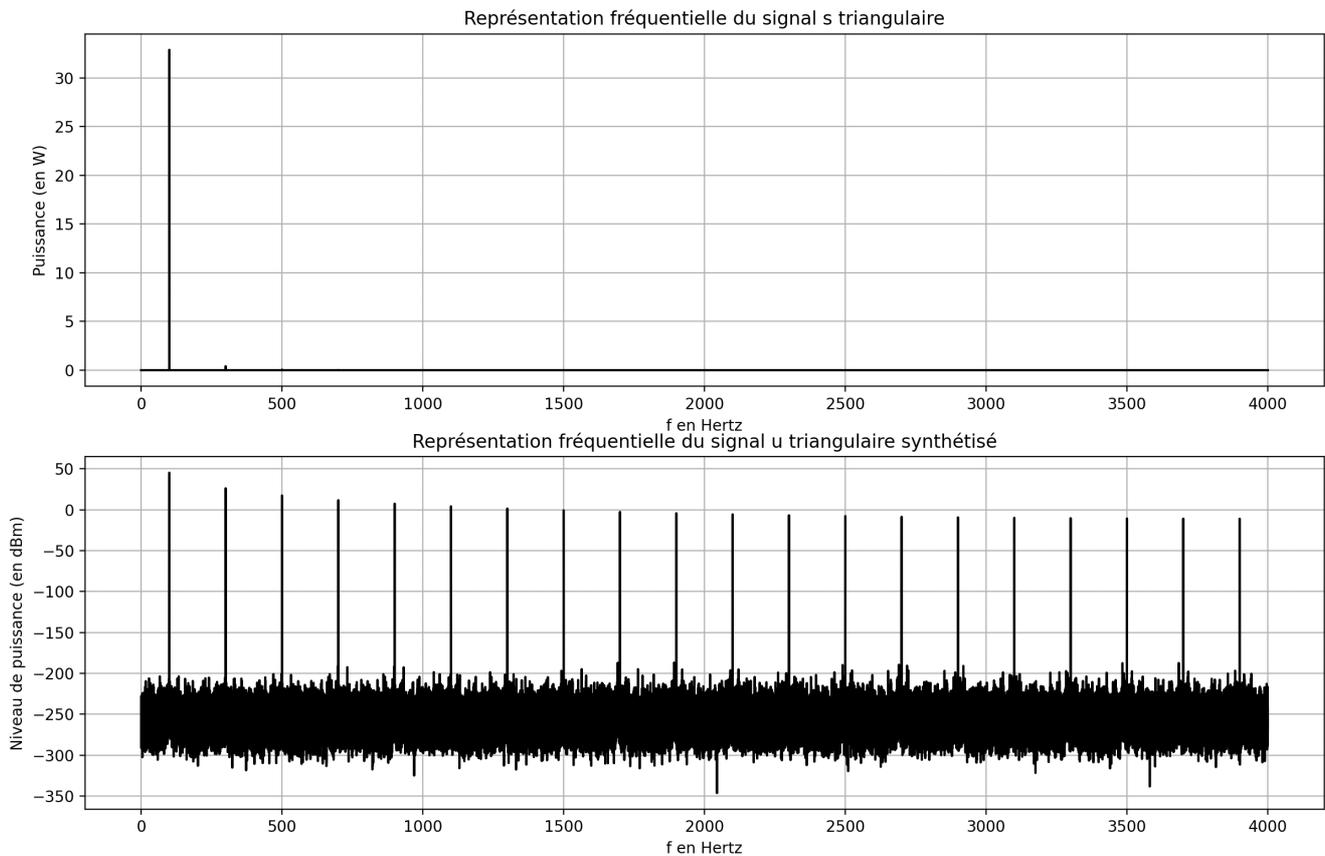
Harmonique de rang $n$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
Fréquence en Hz	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000
Amplitude $A_n (V)$	3,820	0	1,273	0	0,7639	0	0,5457
Puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique (en W)							

Un filtre passe-bas laisse passer les harmoniques jusqu'au rang  $n = 3$  inclus et coupe parfaitement les autres.

33. Quel pourcentage de la puissance du signal a-t-on conservé ?

## ❖ Intérêt de l'échelle logarithmique :

On étudie la puissance active d'un signal triangulaire aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 1,00 \Omega$ . L'harmonique de rang 1 a pour amplitude  $A_1 = 8,106 V$ .



34. Déterminer la puissance active portée par l'harmonique de rang 1 en watt puis en  $dBm$ , puis vérifier que les valeurs lues sur le spectre correspondent.

35. Faire de même pour l'harmonique de rang 3 dont l'amplitude est  $A_3 = 0,9006 V$ .

$$\langle P_3 \rangle = \frac{A_3^2}{2R} = \frac{0,9006^2}{2 \times 1,00} = 0,4056 W$$

$$N = 10 \times \log \left( \frac{\langle P \rangle}{P_{réf}} \right) = 10 \times \log \left( \frac{0,4056}{0,001} \right) = 26,1 dBm$$

36. En déduire l'intérêt de l'utilisation d'un spectre présentant une puissance en  $dBm$  sur l'axe des ordonnées :

❖ **Signal carré :**

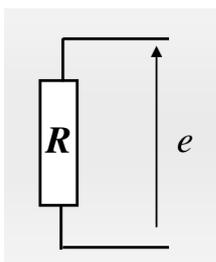
On étudie un signal  $y(t)$  périodique, carré de valeur moyenne  $\langle u \rangle = 1,000 \text{ V}$  dont les harmoniques possèdent les caractéristiques suivantes :

Harmonique de rang $n$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
Fréquence $f_n$ (kHz)	2,000	4,000	6,000	8,000	10,00	12,00	14,00
Amplitude $A_n$ (V)	3,820	0	1,273	0	0,7639	0	0,5457

37. Calculer la valeur efficace  $U_{eff}$  du signal  $y(t)$  étudié, pour les harmoniques jusqu'au rang  $n = 7$  inclus :

38. A partir des amplitudes des harmoniques jusqu'au rang  $n = 7$  inclus, pour le signal carré  $y(t)$  uniquement, calculer la valeur efficace de la composante alternative :

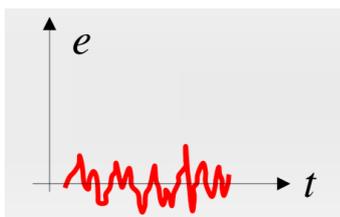
$$U_{alt,eff} = \sqrt{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \frac{A_5^2}{2} + \frac{A_7^2}{2}} = \sqrt{\frac{3,820^2}{2} + \frac{1,273^2}{2} + \frac{0,7639^2}{2} + \frac{0,5457^2}{2}} = 2,924 \text{ V}$$

❖ **Bruits ou parasites ?**

On mesure le signal  $e(t)$  aux bornes d'un conducteur ohmique, en l'absence de générateur.

39. Donner la représentation temporelle attendue de  $e(t)$  :

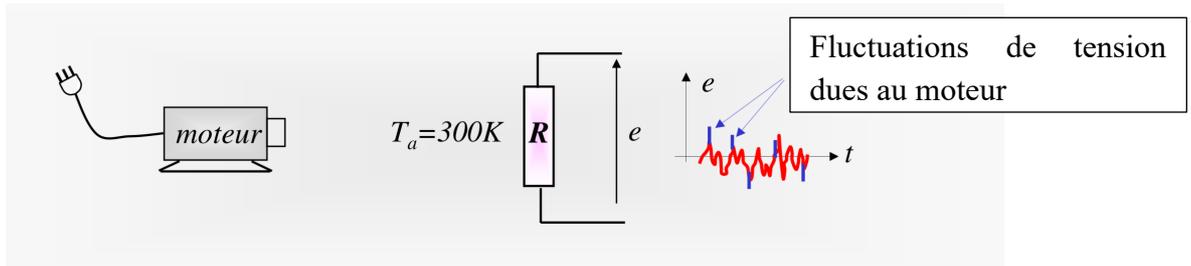
Or, on observe des fluctuations de tension autour de cette valeur.



Plus la température du conducteur augmente, plus ces fluctuations augmentent.

Elles sont dues à l'agitation thermique des électrons constituant le conducteur.

Si on place à proximité du même conducteur ohmique (de température  $T_a = 300K$ ), un moteur électrique, son fonctionnement peut influencer celui du conducteur ohmique :



40. Proposer une solution permettant d'éliminer ici l'influence du moteur sur le conducteur ohmique :

41. Compléter alors le texte suivant :

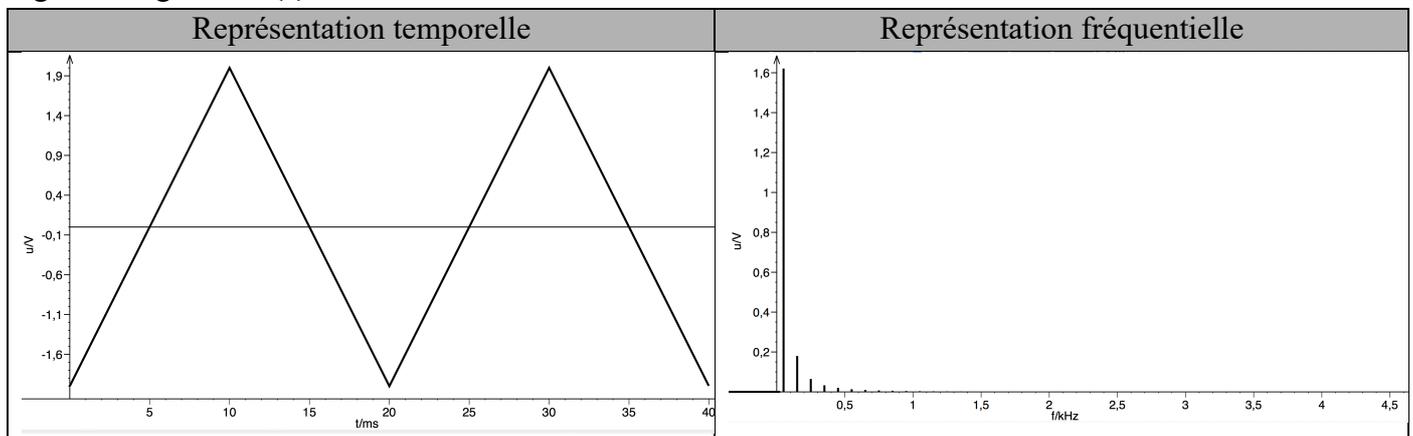
Il est possible d'éliminer les fluctuations de tension dues à un autre système : on parle alors de .....(cause externe au système).

Il est impossible d'éliminer les fluctuations de tension dues à l'agitation thermique (phénomène interne) : on parle alors de .....

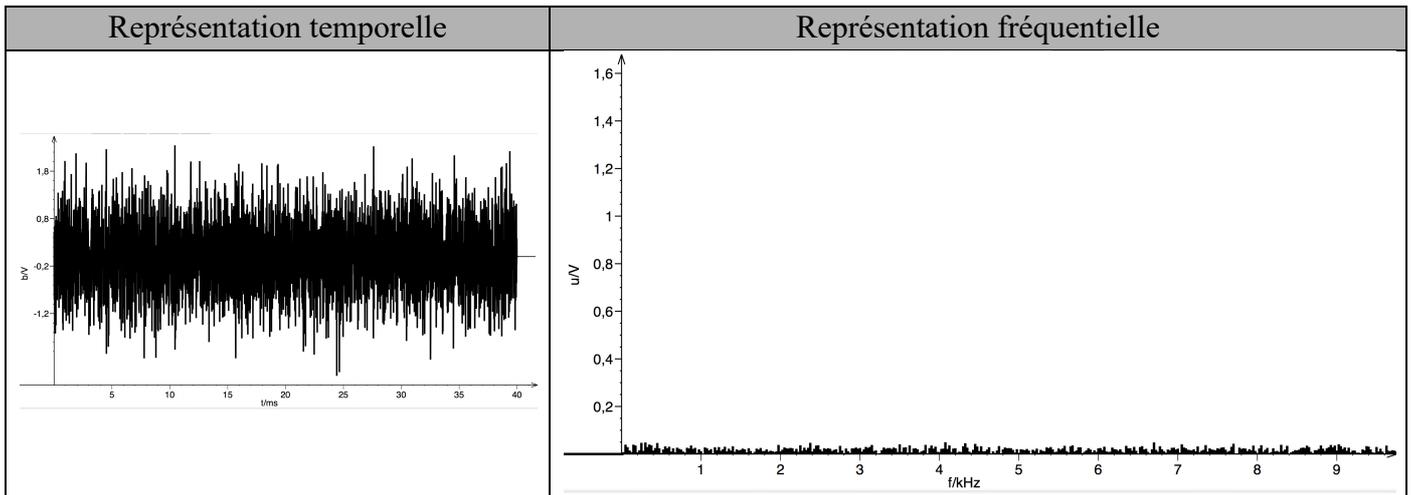
❖ **Un bruit aléatoire :**

Le bruit  $b(t)$  étudié est un signal aléatoire qui vient se superposer à un signal triangulaire  $e(t)$  (celui qui contient l'information que l'on souhaite transmettre).

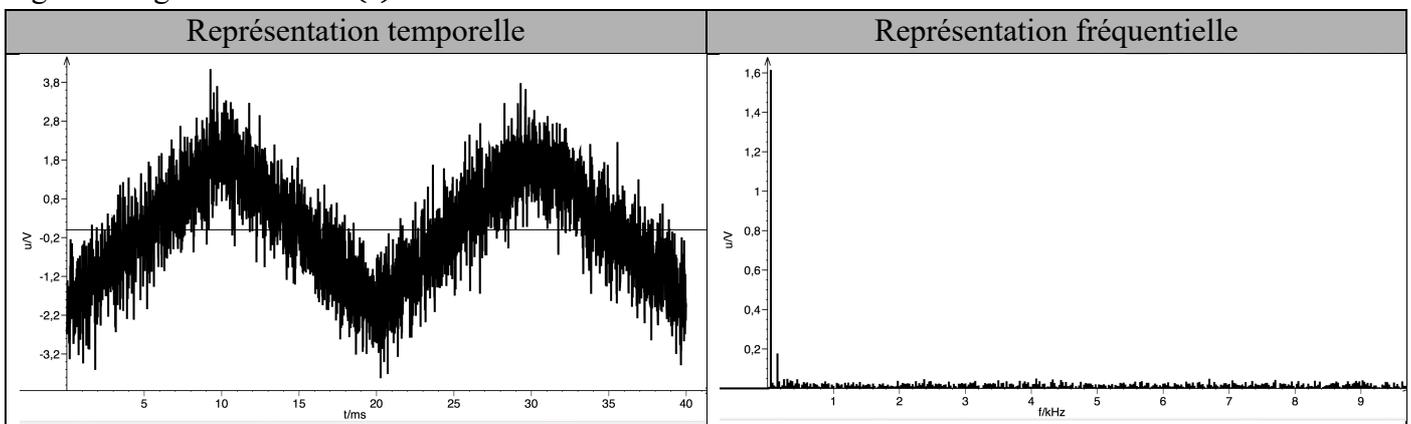
Signal triangulaire  $e(t)$ :



Bruit « blanc »  $b(t)$ :



Signal triangulaire bruité  $u(t)$ :

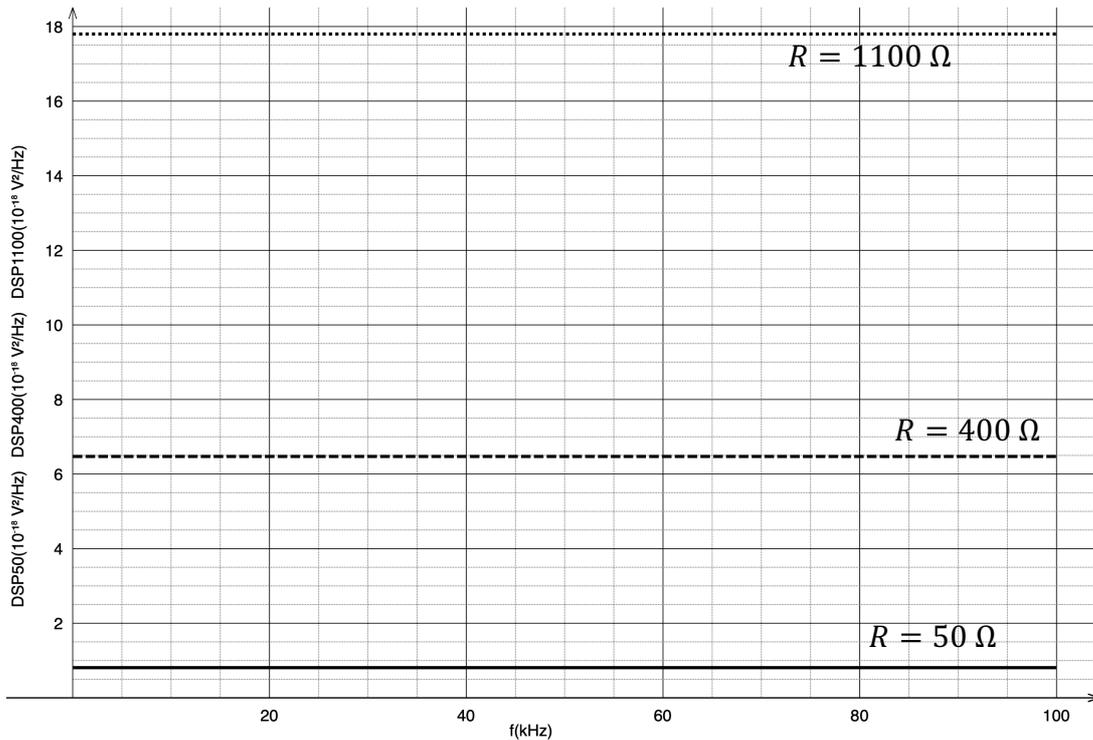


42. Donner la valeur moyenne du bruit, notée  $\langle b(t) \rangle$  :

43. Le bruit  $b(t)$  est-il périodique ? Donner une expression temporelle numérique (ou littérale) de  $b(t)$ .

❖  $P_{\text{bruit}}$  d'un bruit blanc à partir de  $DSP(f)$  :

A  $20^\circ\text{C}$ , dans le cas de conducteurs ohmiques de résistance  $R$ , la représentation de la densité spectrale de puissance du bruit créée par le conducteur ohmique donne :



44. Déterminer la puissance moyenne normalisée du bruit  $P_{bruit}$ , en  $V^2$  pour un conducteur ohmique de résistance  $R = 400 \Omega$  contenu dans un système dont la bande passante est  $[20\text{kHz}; 60 \text{kHz}]$  :
45. Sachant que la puissance du signal est  $P_{signal} = 2,6 \text{ V}^2$ , déterminer la valeur de  $SNR_{dB}$  :
46. Déterminer la puissance moyenne normalisée du bruit  $P_{bruit}$ , en  $V^2$  pour un conducteur ohmique de résistance  $R = 400 \Omega$  contenu dans un système dont la bande passante est  $[20\text{kHz}; 30 \text{kHz}]$  :
47. Sachant que la puissance du signal est  $P_{signal} = 2,6 \text{ V}^2$ , déterminer la valeur de  $SNR_{dB}$  :
48. Comment évoluent  $P_{bruit}$  et  $SNR_{dB}$  lorsque la bande passante du système diminue ? Proposer une méthode pour limiter la production de bruit pour un système.