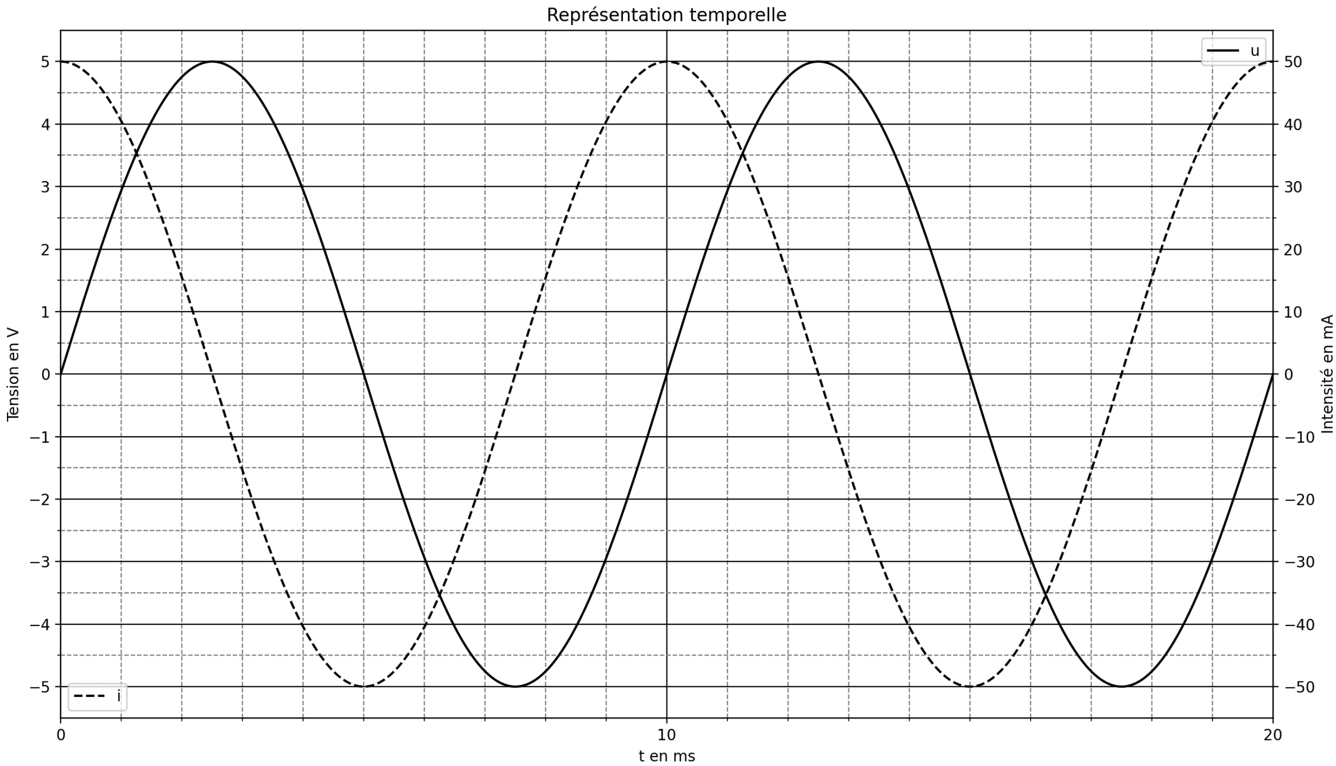
Chapitre 05 – Puissance d'un signal variable. Niveaux de puissance. Rapport signal sur bruit.

Activités et applications

❖ De la puissance instantanée vers la puissance moyenne :

Un dipôle électrique (un condensateur électrique) est soumis à une tension variable à ses bornes, notée $u(t)$. L'intensité le traversant est notée $i(t)$. On donne ci-dessous les chronogrammes représentant $u(t)$ et $i(t)$.



1. Compléter le tableau suivant :

Instant $t(ms)$	$t = 0\ ms$	$t = 1\ ms$	$t = 4\ ms$	$t = 5\ ms$
Valeur de la tension $u(t), en\ V$	0	3	3	0
Valeur de l'intensité $i(t), en\ mA$	50	40	−40	−50
Valeur de la puissance instantanée reçue par le dipôle $P(t)$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 0 \times 50 \times 10^{-3}$ $P(t) = 0\ W$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 3 \times 40 \times 10^{-3}$ $P(t) = 120\ mW$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 3 \times -40 \times 10^{-3}$ $P(t) = -120\ mW$	$P(t) = u(t) \times i(t)$ $= 0 \times (-50 \times 10^{-3})$ $donc\ P(t) = 0\ W$

2. Donner les expressions numériques de $i(t)$ et $u(t)$, puis de $P(t)$:

$$i(t) = 50 \times 10^{-3} \times \cos(200\pi t)$$
$$u(t) = 5 \times \cos(200\pi t\ - \frac{\pi}{2})$$

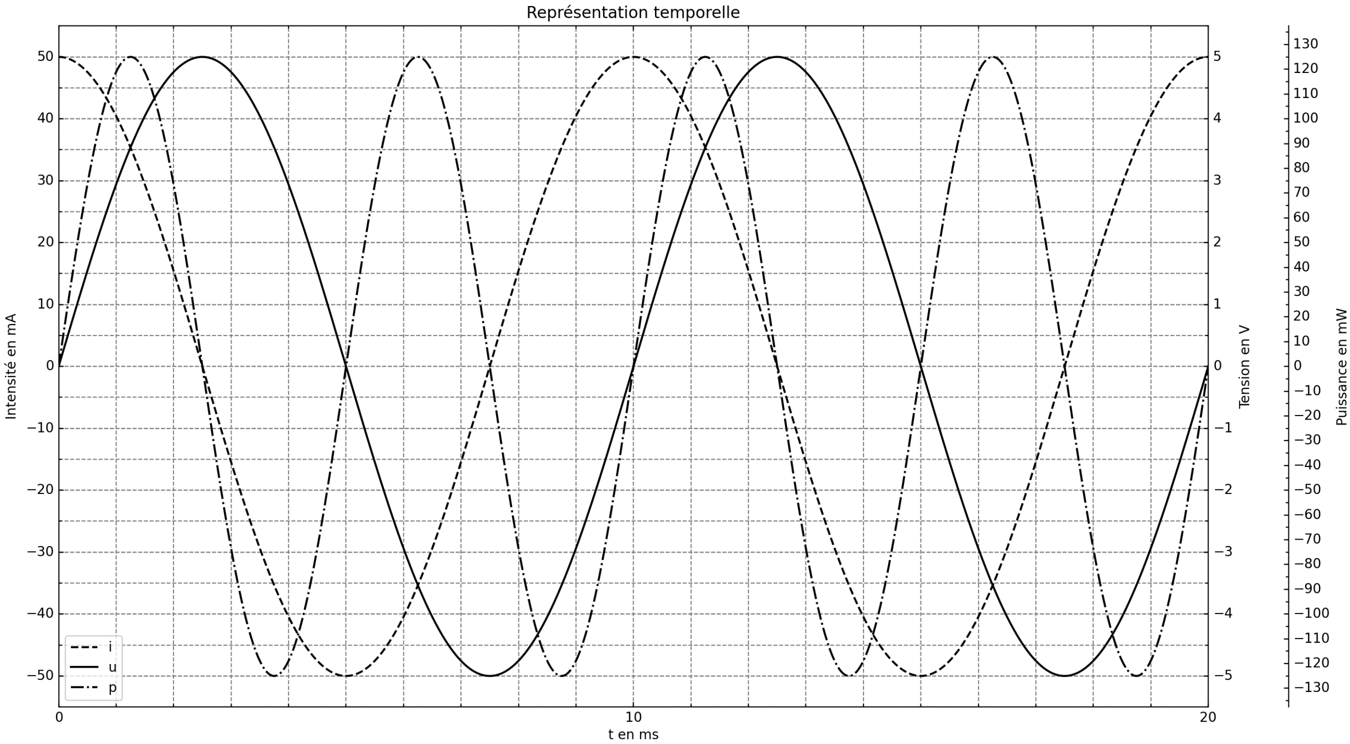
Donc :

$$P(t) = u(t) \times i(t)$$

$$P(t) = 5 \times \cos(200\pi t\ - \frac{\pi}{2}) \times 50 \times 10^{-3} \times \cos(200\pi t)$$

$$P(t) = 250 \times 10^{-3} \times \cos(200\pi t\ - \frac{\pi}{2}) \times \cos(200\pi t)$$

A l'aide de Python, on trace le chronogramme de $P(t)$:



3. Entre $t = 0\ ms$ et $t = 2{,}5\ ms$, le condensateur a-t-il un comportement récepteur ou générateur ? Justifier votre réponse.

Le condensateur a un comportement récepteur car la puissance instantanée reçue $P(t)$ est, à chaque instant, positive.

4. Entre $t = 2{,}5\ ms$ et $t = 5{,}0\ ms$, le condensateur a-t-il un comportement récepteur ou générateur ? Justifier votre réponse.

Le condensateur a un comportement générateur car la puissance instantanée reçue $P(t)$ est, à chaque instant, négative.

5. Quelle grandeur serait-il pertinent de définir alors à partir de la puissance instantanée reçue $P(t)$? Calculer la valeur de cette grandeur.

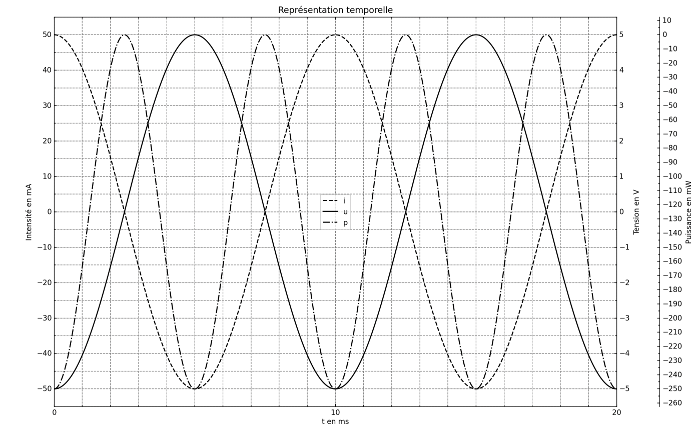
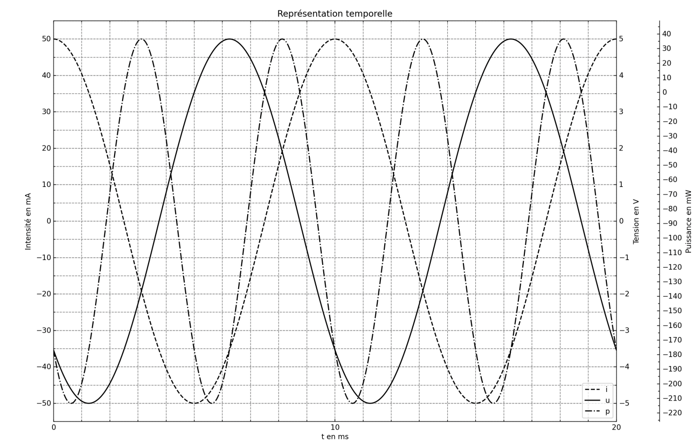
Il faut définir la puissance moyenne reçue $\langle P(t) \rangle$ par le condensateur.
Le motif de $P(t)$ étant simple :

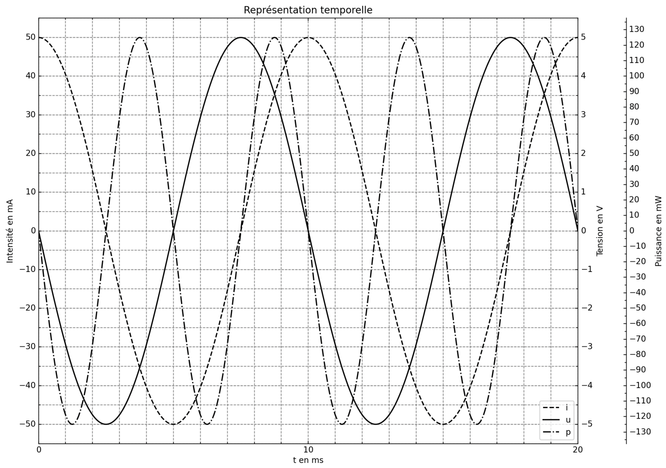
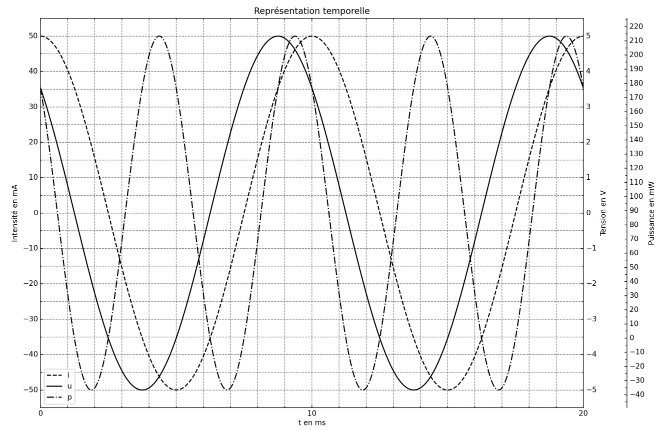
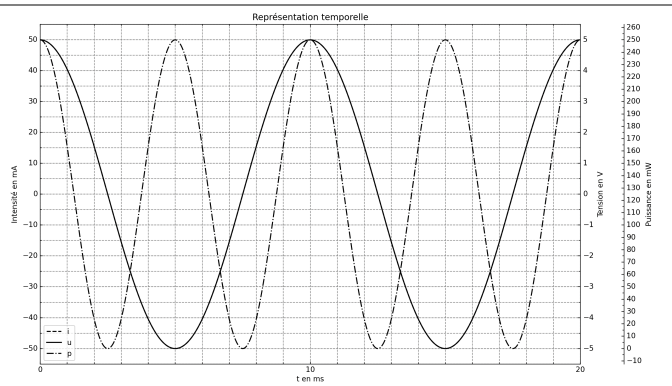
$$\langle P(t) \rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} = \frac{125 + (-125)}{2} = 0\ W$$

6. Sur une période, y-a-t-il un transfert d'énergie entre le signal (fourni par un générateur) et le condensateur ?

La puissance moyenne reçue $P(t)$ par le condensateur est nulle ; il n'y a donc aucun transfert d'énergie sur une période.

Pour d'autres dipôles qu'un condensateur, le déphasage de la tension par rapport à l'intensité est différent de $-\frac{\pi}{2}$. Dans le script Python, l'enseignant modifie la valeur du déphasage pour simuler d'autres dipôles.

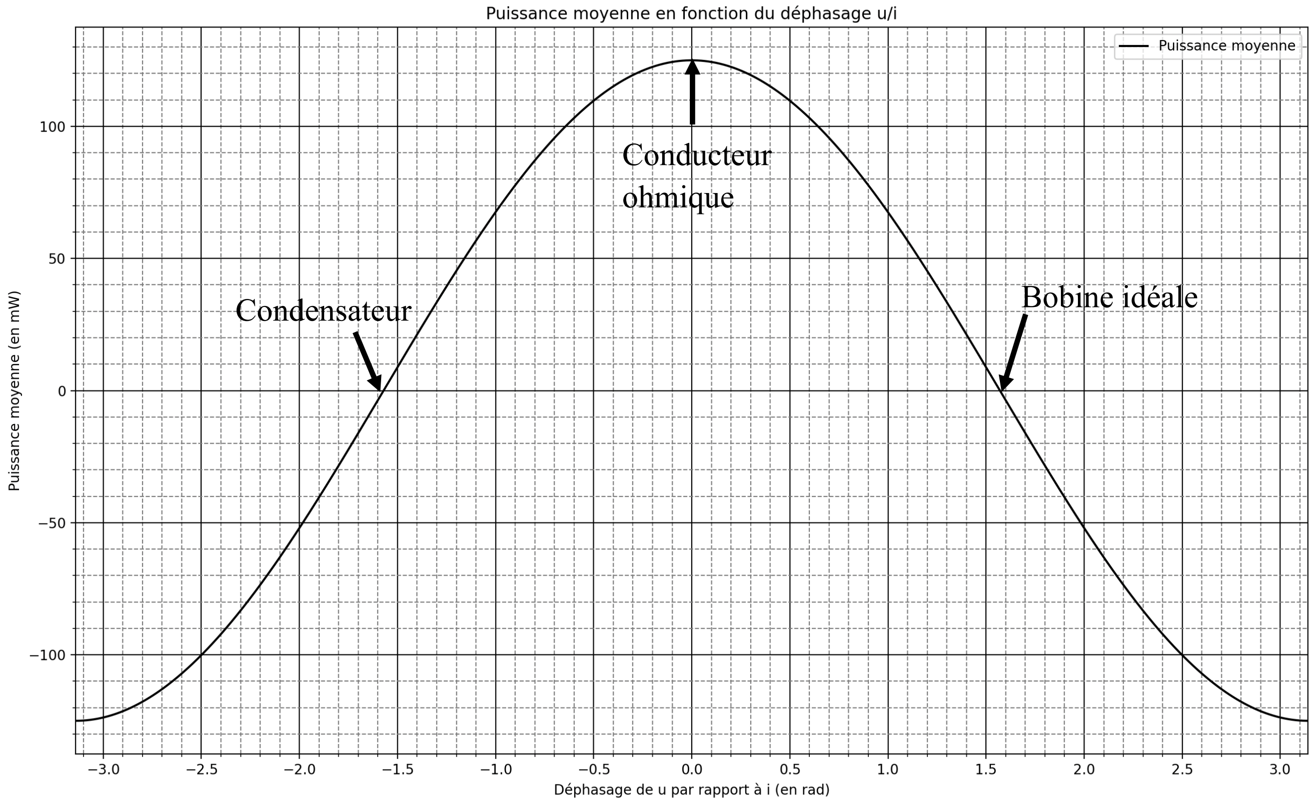
Dipôle et déphasage de la tension par rapport à l'intensité	Allure du chronogramme	Calcul de $\langle P(t)\rangle$ et conclusion sur le comportement du dipôle (sur une période)
Dipôle A π		$\langle P(t)\rangle = \frac{P_{max}+P_{min}}{2}$ $\langle P(t)\rangle = \frac{0+(-250)}{2}$ $\langle P(t)\rangle = -125\ mW$ Le dipôle A a un comportement générateur car la puissance moyenne reçue est négative.
Dipôle B $\frac{3\pi}{4}$		$\langle P(t)\rangle = \frac{P_{max}+P_{min}}{2}$ $\langle P(t)\rangle = \frac{35+(-215)}{2}$ $\langle P(t)\rangle = -90{,}0\ mW$ Le dipôle B a un comportement générateur car la puissance moyenne reçue est négative.

Bobine idéale $\frac{\pi}{2}$	 	$\langle P(t)\rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t)\rangle = \frac{125 + (-125)}{2}$ $\langle P(t)\rangle = 0\ mW$ En moyenne, la bobine idéale a un comportement ni générateur ni récepteur car la puissance moyenne reçue est nulle.
Dipôle C $\frac{\pi}{4}$	 	$\langle P(t)\rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t)\rangle = \frac{215 + (-35)}{2}$ $\langle P(t)\rangle = 90{,}0\ mW$ Le dipôle C a un comportement recepteur car la puissance moyenne reçue est positive.
Conducteur ohmique / 0	 	$\langle P(t)\rangle = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$ $\langle P(t)\rangle = \frac{250 + 0}{2}$ $\langle P(t)\rangle = 125\ mW$ Le conducteur ohmique a un comportement récepteur car la puissance moyenne reçue est positive.

7. Quel dipôle (parmi les 5 précédents) se comportant comme un récepteur, permet au transfert d'énergie électrique de se faire sur la durée la plus courte ? Quelle est la valeur du déphasage de la tension par rapport à l'intensité pour ce dipôle ?

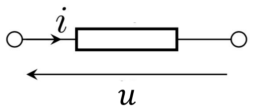
Il s'agit du conducteur ohmique, avec un déphasage (de la tension par rapport à l'intensité) nul.

On donne ci-dessous le graphe représentant la puissance moyenne reçue par un dipôle en fonction du déphasage de la tension aux bornes de ce dipôle par rapport à l'intensité le traversant.



8. Sur ce graphe, tracer les points correspondant à la bobine idéale, le condensateur et le conducteur ohmique.

Notation pour des signaux sinusoïdaux alternatifs :



$$u(t) = U_m \times \cos(2\pi f t + \phi)$$
$$i(t) = I_m \times \cos(2\pi f t)$$

i : intensité traversant le dipôle

u: tension aux bornes du dipôle

f: fréquence des signaux, en Hz

U_m: amplitude de la tension aux bornes du dipôle étudié, en V

I_m: amplitude de l'intensité traversant le dipôle étudié, en A

ϕ est le déphasage de la tension à ses bornes par rapport à l'intensité qui le traverse.

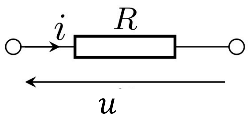
9. A l'aide du graphe précédent, entourer la formule correcte permettant de calculer la puissance moyenne reçue par un dipôle électrique, dans le cas de signaux sinusoïdaux :

$$\langle P(t)\rangle = U_m \times I_m \times \cos\phi \qquad \boxed{\langle P(t)\rangle = \frac{U_m \times I_m}{2} \times \cos\phi}$$

$$\langle P(t)\rangle = U_m \times I_m \times \sin\phi \qquad \langle P(t)\rangle = \frac{U_m \times I_m}{2} \times \sin\phi$$

❖ Découverte de la valeur efficace d'un signal :

On étudie les échanges d'énergie qui ont lieu dans un conducteur ohmique, lorsque la tension a ses bornes est périodique. On rappelle que :



En convention récepteur, la tension aux bornes d'un conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité qui le traverse :

$$u = R \times i$$

u : tension aux bornes du conducteur ohmique, en volt (noté V)
R : résistance du conducteur ohmique, dont l'unité est l'ohm (noté Ω)
i : intensité traversant le conducteur ohmique, en ampère (noté A)

10. Établir l'expression littérale de la puissance moyenne (ou active) reçue par un conducteur ohmique en fonction de $\langle u^2 \rangle\ et\ R$:

$$\langle P(t) \rangle = \langle u \times i \rangle \text{ avec } i = \frac{u}{R} \text{ donc } \langle P(t) \rangle = \langle u \times \frac{u}{R} \rangle$$

Pour un conducteur ohmique, on obtient :

$$\langle P(t) \rangle = \langle \frac{u^2}{R} \rangle, or\ R\ est\ constant, donc:$$

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle u^2 \rangle}{R}$$

11. A l'aide du paragraphe II.A, établir l'expression littérale de la puissance moyenne active reçue par un conducteur ohmique en fonction de la valeur efficace de la tension $U_{eff}\ et\ R$

Par définition :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}, donc\ \langle u^2 \rangle = {U_{eff}}^2$$

Finalement, on obtient :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

12. Compléter la phrase suivante :

Plus la valeur efficace d'un signal périodique est grande, plus ce signal est susceptible de fournir une énergie électrique importante pour une même durée, au conducteur ohmique.

❖ Comment déterminer la valeur efficace de signaux périodiques ayant un motif sinusoïdal, triangulaire ou carré ?

13. Déterminer la valeur efficace des signaux suivants.

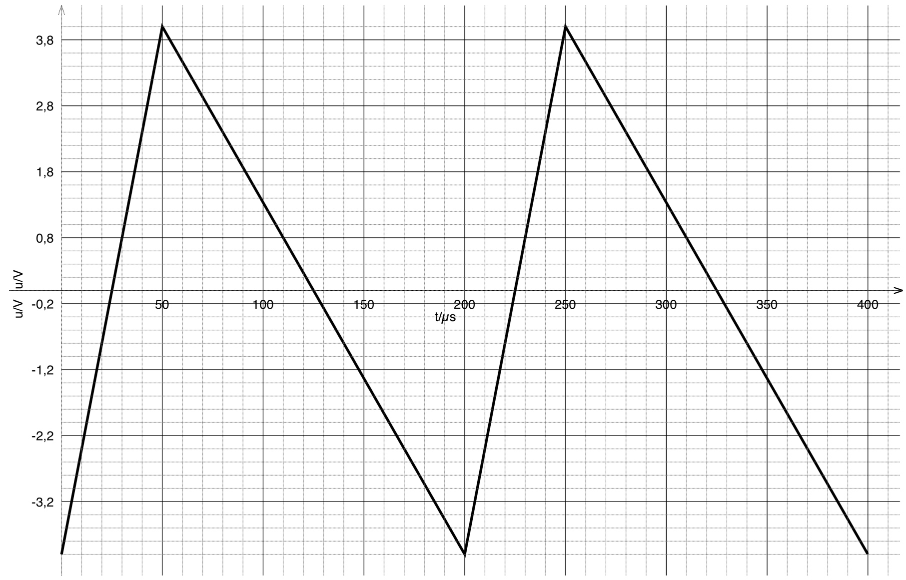
$$u(t) = 4{,}0 \times \cos(1000\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Le signal est sinusoïdal et alternatif.

On utilise donc la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{4{,}0}{\sqrt{2}}$$

$$U_{alt,eff} = 2{,}83\ V$$

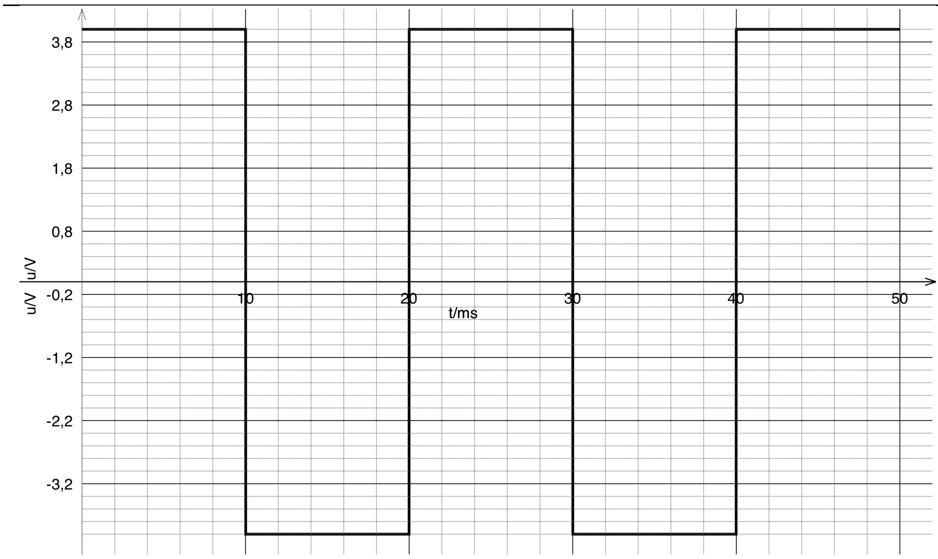


Le signal est triangulaire et alternatif.

On utilise donc la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = \frac{4,0}{\sqrt{3}}$$

$$U_{alt,eff} = 2,31\ V$$



Le signal est carré et alternatif.

On utilise donc la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = U_m$$

$$U_{alt,eff} = 4,00\ V$$

$$u(t) = 1,0 + 1,0 \times \cos(1000\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Le signal est sinusoïdal mais n'est pas alternatif :

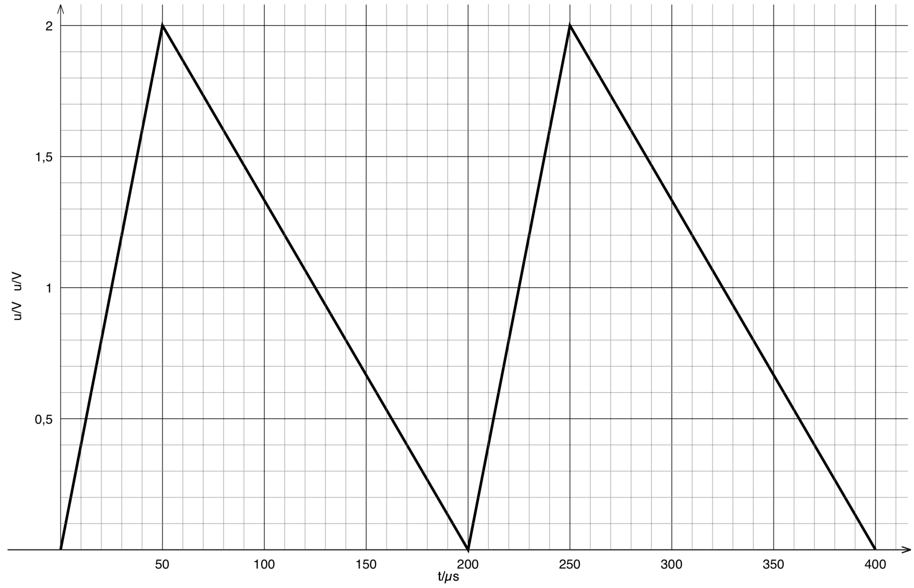
$$\langle u \rangle = 1,0\ V$$

$$U_m = 1,00\ V$$

On utilise donc la formule suivante :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + (U_{alt,eff})^2}$$

$$= \sqrt{1,0^2 + \left(\frac{1,0}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,22\ V$$



Le signal est triangulaire mais n'est pas alternatif :

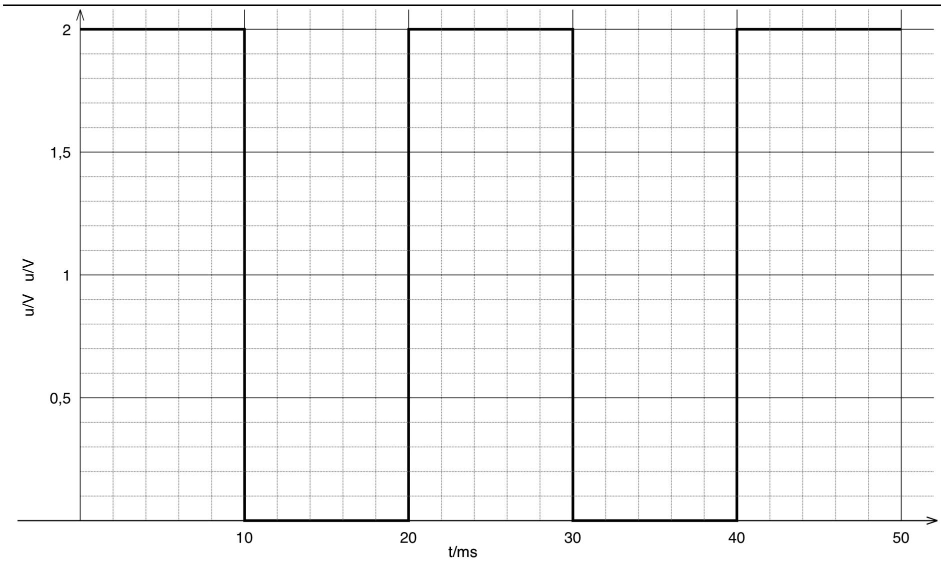
$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2} = 1{,}0\ V$$

$$U_m = \frac{U_{max} - U_{min}}{2} = 1{,}0\ V$$

On utilise donc la formule suivante :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + (U_{alt,eff})^2}$$

$$= \sqrt{1{,}0^2 + \left(\frac{1{,}0}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1{,}15\ V$$



Le signal est carré mais n'est pas alternatif :

$$\langle u \rangle = \frac{U_{max} + U_{min}}{2} = 1{,}0\ V$$

$$U_m = \frac{U_{max} - U_{min}}{2} = 1{,}0\ V$$

On utilise donc la formule suivante :

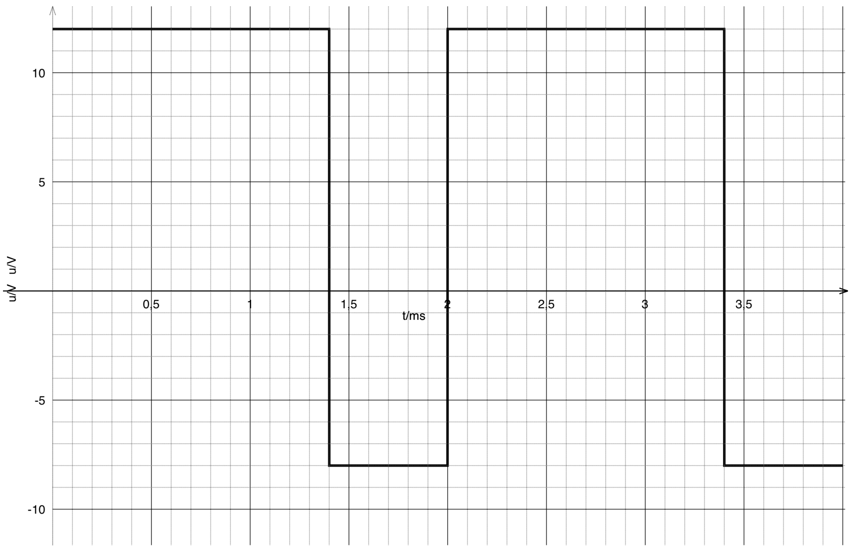
$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + (U_{alt,eff})^2}$$

$$= \sqrt{1{,}0^2 + 1{,}0^2} = 1{,}41\ V$$

14. La valeur efficace du signal dépend-elle de la forme du motif ?

La valeur efficace du signal dépend de la forme du motif.
La valeur efficace étant liée à la puissance moyenne du signal, on constate qu'à valeur moyenne et amplitudes égales, le signal le plus puissant est le signal carré, suivi du signal sinusoïdal, et enfin le signal triangulaire.

❖ Comment déterminer la valeur efficace de signaux au motif rectangulaire ?



15. Déterminer graphiquement la valeur efficace U_{eff} du signal ci-contre. On rédigera chaque étape du raisonnement.

$$T = 2{,}0\ ms = 2{,}0 \times 10^{-3} s$$

On détermine l'aire sous le signal au carré :

$$A'_{totale} = A_1 + A_2$$

$$A'_{totale} = 12^2 \times 1{,}4 \times 10^{-3} + (-8)^2 \times 0{,}60 \times 10^{-3}$$

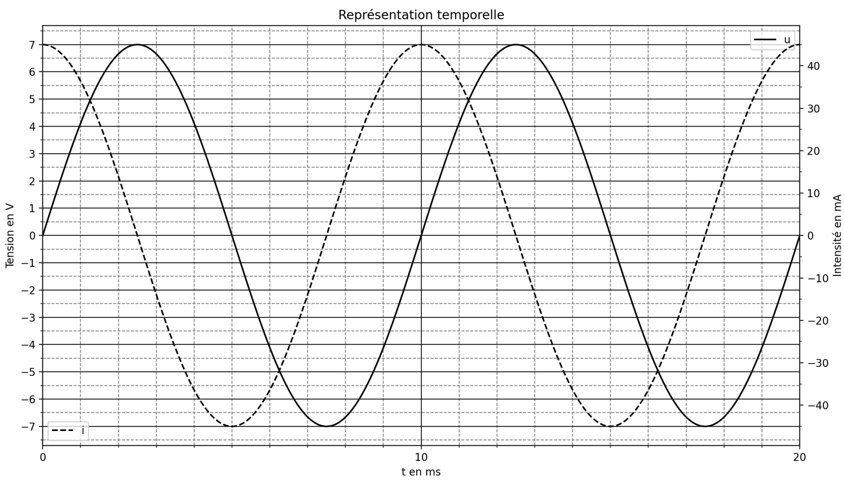
Puis, on calcule :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale}}$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2{,}0 \times 10^{-3}} \times (12^2 \times 1{,}4 \times 10^{-3} + (-8)^2 \times 0{,}60 \times 10^{-3})}$$

$$\boldsymbol{U_{eff} = 10{,}95\ V}$$

❖ Calculs de puissances actives :



Un condensateur électrique est soumis à une tension variable à ses bornes, notée $u(t)$.

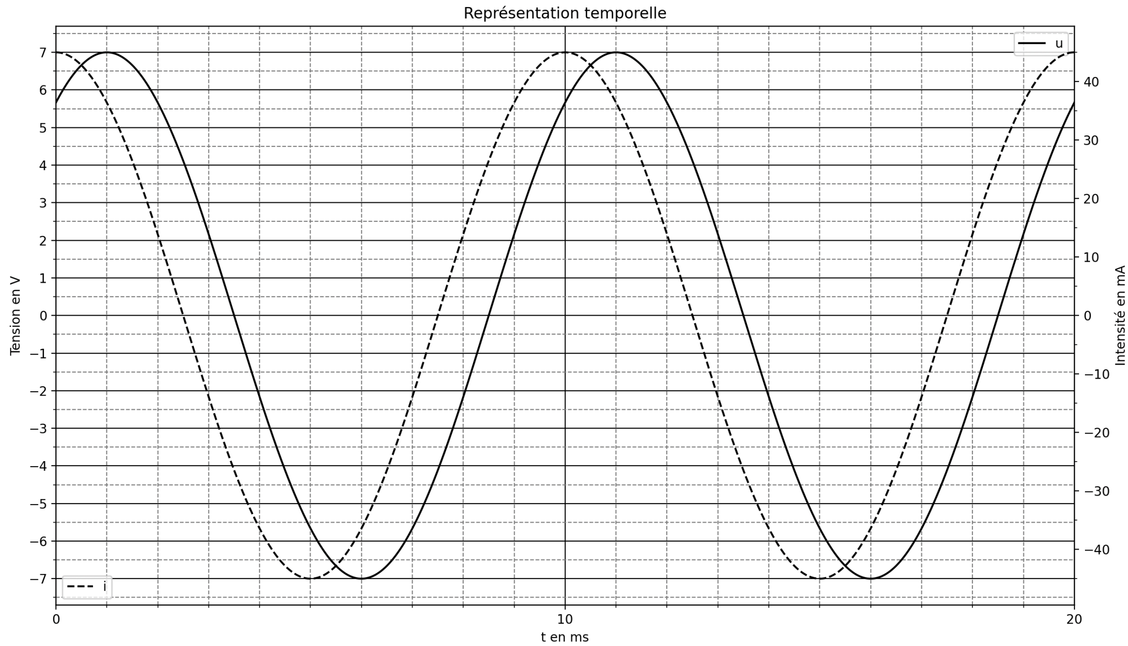
L'intensité le traversant est notée $i(t)$. On donne ci-contre les chronogrammes représentant $u(t)$ et $i(t)$.

16. Calculer la valeur de la puissance active reçue par ce condensateur :

$$\langle P(t) \rangle = U_{eff} \times I_{eff} \times \cos\phi$$

$$\langle P(t) \rangle = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}} \times \cos\phi = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{45 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \cos(-\frac{\pi}{2}) = \boldsymbol{0\ W}$$

Un dipôle est soumis à une tension variable à ses bornes, notée $u(t)$.
L'intensité le traversant est notée $i(t)$. On donne ci-dessous les chronogrammes représentant $u(t)$ et $i(t)$.



17. Calculer la valeur de la puissance active reçue par ce dipôle :

$\langle P(t)\rangle = U_{eff} \times I_{eff} \times \cos\phi$ avec $\phi = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t = \frac{2\pi}{10} \times (-1) = -\frac{\pi}{5}$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}} \times \cos\phi = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{45 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \cos(-\frac{\pi}{5}) = \mathbf{127 \ \times 10^{-3} W}$$

18. En déduire le comportement de ce dipôle (sur une période), en justifiant votre réponse :

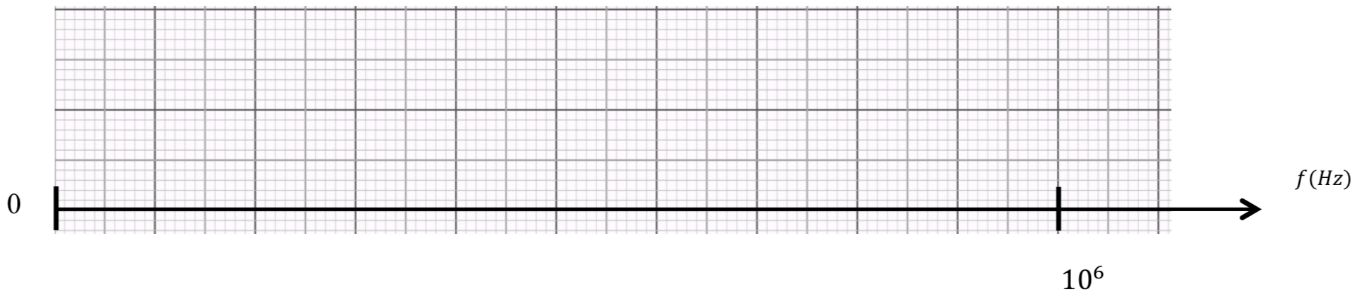
Le dipôle se comporte en récepteur car $\langle P(t)\rangle$ est positive.

❖ Échelle logarithmique :

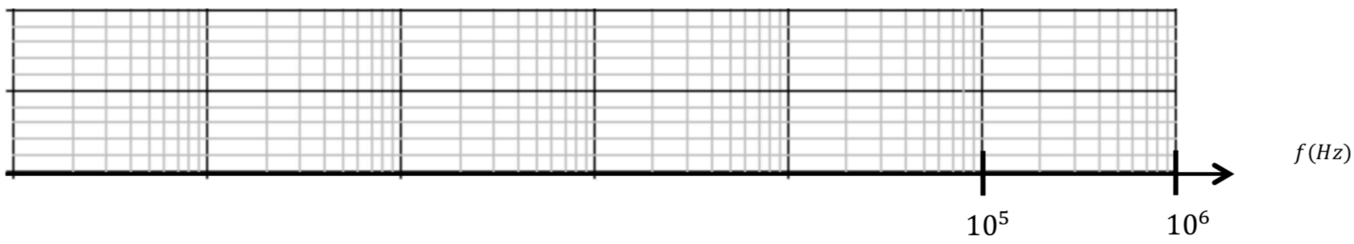
La fréquence des harmoniques d'un même signal peut varier sur un large intervalle de valeurs (de 0 Hz à plusieurs dizaines de MHz).
Si on veut étudier chaque harmonique, on peut choisir de représenter les fréquences de chacun, sur l'axe des abscisses, avec une **échelle linéaire.**

19. Placer sur l'axe ayant une échelle linéaire, les valeurs suivantes de la fréquence d'un signal :

$f_1 = 0{,}50 \times 10^6\ Hz$ $\quad f_2 = 0{,}10 \times 10^6\ Hz$ $\quad f_3 = 10 \times 10^3\ Hz$ $\quad f_4 = 5{,}0 \times 10^3\ Hz$
$f_5 = 1{,}0 \times 10^3\ Hz$ $\quad f_6 = 100\ Hz$ $\quad f_7 = 10\ Hz$ $\quad f_8 = 1{,}0\ Hz$



20. Cette échelle linéaire est-elle adaptée à notre étude ?
Il est impossible de placer toutes les fréquences : l'échelle linéaire n'est pas adaptée.
21. Placer sur l'axe ayant une échelle logarithmique, les mêmes fréquences que précédemment.



22. Où se situe la fréquence $f = 0\ Hz$ sur cette échelle ?
Il n'est pas possible de placer 0 sur une échelle log.
23. Cette échelle logarithmique est-elle adaptée à notre étude ?
Il est possible de placer toutes les fréquences : l'échelle log est adaptée.

❖ **Niveau de puissance d'un signal, en dBm :**

24. Une antenne WIFI reçoit un signal dont la puissance active est $\langle P \rangle = 2\ mW$. Déterminer la valeur du niveau de puissance correspondant (en dBm) :

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \times \log\left(\frac{2}{1}\right) = 3\ dBm$$

25. Une antenne WIFI reçoit un signal dont la puissance active est $\langle P \rangle = 0{,}5\ mW$. Déterminer la valeur du niveau de puissance correspondant (en dBm) :

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \times \log\left(\frac{0{,}5}{1}\right) = -3\ dBm$$

26. L'intervalle de puissance active des signaux émis en téléphonie mobile est entre $1{,}0\ nW$ et $100W$. Déterminer pour la puissance active maximale et minimale, la valeur du niveau de puissance correspondant (en dBm)

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \log\left(\frac{1{,}0 \times 10^{-9}}{1 \times 10^{-3}}\right) = -60\ dBm$$
$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \log\left(\frac{100}{1 \times 10^{-3}}\right) = 50\ dBm$$

Un logiciel analysant le signal reçu par l'antenne WIFI d'un ordinateur fourni le spectre suivant :

BSSID	Nom du réseau	Fabricant	Signal	Canal	Largeur du canal	Bande	Mode	Génération	Débit max	Security	Actualisé
B8:26:6C:F6:BB:20	Livebox-BB20	ANOV France	-57 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
E4:5D:51:39:23:B6	SFR_23B0	SFR	-54 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
F4:CA:E5:A1:DE:20	FREEBOX_MECKIA_TO	Freebox	-77 dBm	9	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA (PSK)	En ce moment
62:5D:51:60:90:65	SFR WiFi Mobile	SFR	-37 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
34:27:92:4E:6F:2A	FreeWifi	Freebox	-49 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps		En ce moment
34:27:92:4E:6F:2B	FreeWifi_secure	Freebox	-53 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
FC:3F:DB:64:35:AD	DIRECT-AC-HP ENVY 55...	Hewlett-Packard Company	-61 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	g/n	Wi-Fi 4	72.2 Mbps	WPA2 (PSK)	Il y a 15 secondes
14:0C:76:7B:A8:57	ZizouZizou	Freebox	-79 dBm	7	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA (PSK)	Il y a 25 secondes
62:5D:51:60:90:67	SFR WiFi FON	SFR	-35 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps		En ce moment
F4:CA:E5:A1:DE:22	FreeWifi_secure	Freebox	-78 dBm	9	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	Il y a 2 secondes
F4:CA:E5:BE:DD:99	FreeWifi	Freebox	-75 dBm	7	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps		Il y a 1 minutes
B8:26:6C:BC:F8:50	Livebox-F850	ANOV France	-63 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
D0:6E:DE:C1:82:30	Bbox-ADBD260D	Sagemcom Broadband	-73 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
A0:39:EE:92:FC:36	SFR-fc30	Sagemcom Broadband	-76 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	Il y a 1 minutes
10:E7:C6:95:91:DA	DIRECT-D9-HP OfficeJe...	Hewlett-Packard Company	-37 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	g/n	Wi-Fi 4	72.2 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
34:27:92:AE:82:C0	Freebox-45E328	Freebox	-81 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
68:A3:78:CC:CD:4E	FreeWifi_secure	Freebox	-75 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (802.1X)	En ce moment
D2:46:E3:3A:B7:47	FreeWifi_secure		-72 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA (802.1X)	En ce moment
DC:A4:CA:EF:12:6E	itsbritney	Apple Inc.	-34 dBm	6	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
60:35:C0:17:E3:3E	SFR_E338	SFR	-78 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	Il y a 2 secondes
34:27:92:4E:6F:29		Freebox	-49 dBm	3	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA2 (PSK)	En ce moment
E4:5D:51:60:90:66	SFR_9060	SFR	-37 dBm	11	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	144.4 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment
54:64:D9:4E:84:0E	XXXX-8408	Sagemcom Broadband	-58 dBm	1	20 MHz	2,4 GHz	b/g/n	Wi-Fi 4	216.7 Mbps	WPA/WPA2 (PSK)	En ce moment

27. Quelle est l'unité portée par la grandeur présente sur l'axe des ordonnées ?

$$dBm$$

28. Les signaux reçus par l'antenne WIFI ont-ils une puissance moyenne, plus grande ou plus faible que $1\ mW$?

Les signaux reçus par l'antenne WIFI ont une puissance moyenne plus faible que $1\ mW$ car $N < 0$.

29. A l'aide du tableur, répondre à la question suivante : quel signal possède le plus haut niveau de puissance ? On donnera le nom du réseau.

Le réseau « itsbritney » possède le niveau de puissance le plus élévé.

30. Calculer la valeur de la puissance active du signal (en watt) de ce même réseau :

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) \Leftrightarrow \frac{N}{10} = \frac{10}{10} \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) \Leftrightarrow \frac{N}{10} = \log\left(\frac{P}{P_{réf}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = \frac{N}{10} \quad \Leftrightarrow \frac{\langle P \rangle}{P_{réf}} = 10^{\frac{N}{10}}$$

$$\Leftrightarrow \langle P \rangle = P_{réf} \times 10^{\frac{N}{10}}$$

$$\Leftrightarrow \langle P \rangle = 1 \times 10^{-3} \times 10^{\frac{-34}{10}}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\langle P \rangle = 3,98 \times 10^{-7}\ W}$$

❖ Spectre en amplitude et puissance moyenne :

En convention récepteur, on place aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}00\ \Omega$ le signal $y(t)$ carré, d'amplitude $U_{\mathrm{m}} = 3{,}00\ V$ dont l'expression temporelle est la suivante :

$$y(t) = 1{,}000 + 3{,}820\cos(4000\pi t) + 1{,}273\cos(12000\pi t) + 0{,}7639\cos(20000\pi t) + 0{,}5457\cos(28000\pi t) + \cdots$$

31. Calculer la puissance reçue par le système grâce à la composante continue du signal :

$$P_0 = \frac{\langle u\rangle^2}{R} = \frac{1{,}000^2}{1{,}00} = 1{,}00\ W$$

32. Compléter le tableau suivant :

Harmonique de rang n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
Fréquence en Hz	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000
Amplitude A_n (V)	3,820	0	1,273	0	0,7639	0	0,5457
Puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique (en W)	$\frac{A_1^2}{2R} = \frac{3{,}820^2}{2 \times 1{,}00} = 7{,}30$	0	$\frac{A_3^2}{2R} = \frac{1{,}273^2}{2 \times 1{,}00} = 0{,}810$	0	$\frac{A_5^2}{2R} = \frac{0{,}7639^2}{2 \times 1{,}00} = 0{,}292$	0	$\frac{A_7^2}{2R} = \frac{0{,}5457^2}{2 \times 1{,}00} = 0{,}149$

Un filtre passe-bas laisse passer les harmoniques jusqu'au rang $n = 3$ inclus et coupe parfaitement les autres.

33. Quel pourcentage de la puissance du signal a-t-on conservé ?

On calcule la puissance moyenne portée par l'ensemble du signal :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff})^2} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_m)^2} = \sqrt{1{,}000^2 + 3{,}00^2}$$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R} = \frac{\left(\sqrt{1{,}000^2 + 3{,}00^2}\right)^2}{1{,}00} = 10{,}0\ W$$

On calcule la puissance moyenne portée par les trois premiers harmoniques et la composante continue :

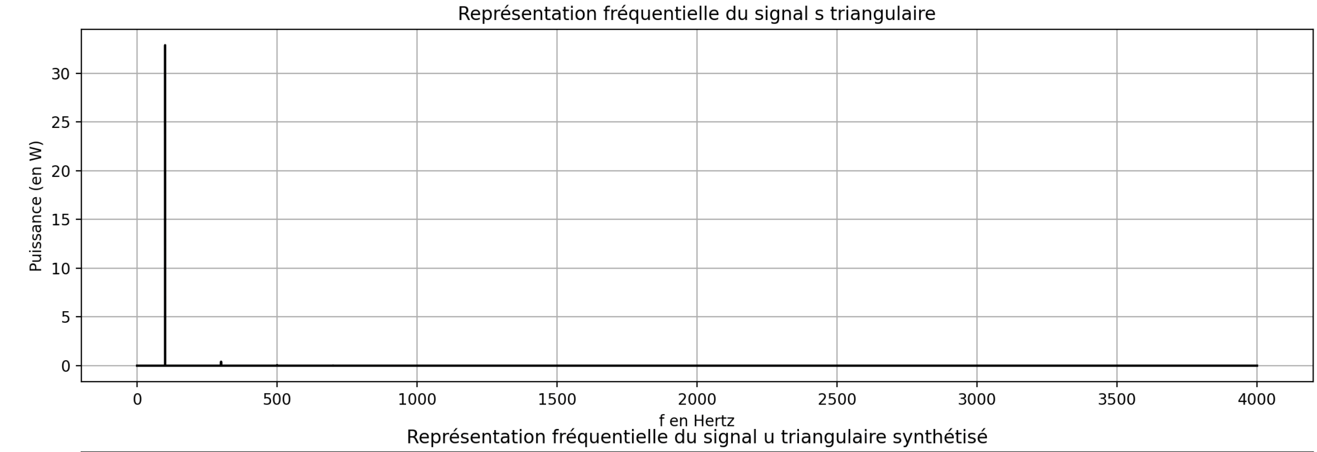
$$P_0 + \sum_{n=1}^{3}\langle P_n(t)\rangle = 1{,}00 + 7{,}30 + 0{,}810 = 9{,}11\ W$$

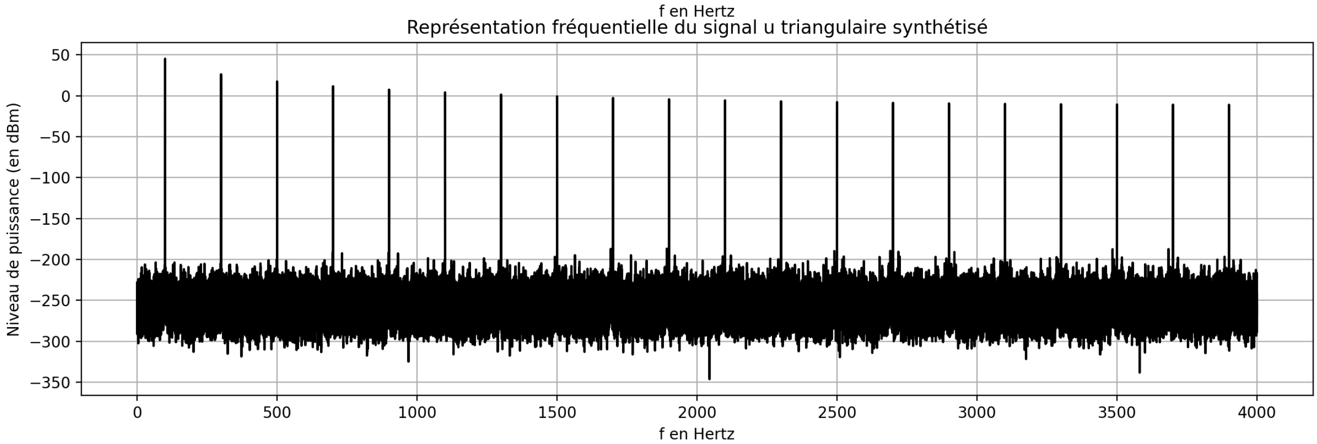
On fait le rapport :

$$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{3}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle} = \frac{9{,}11}{10{,}0} = 0{,}911 = 91{,}1\ \%$$

❖ Intérêt de l'échelle logarithmique :

On étudie la puissance active d'un signal triangulaire aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}00\ \Omega$. L'harmonique de rang 1 a pour amplitude $A_1 = 8{,}106\ V$.





34. Déterminer la puissance active portée par l'harmonique de rang 1 en watt puis en dBm, puis vérifier que les valeurs lues sur le spectre correspondent.

$$\langle P_1 \rangle = \frac{\mathrm{A}_1^2}{2R} = \frac{8{,}106^2}{2 \times 1{,}00} = 32{,}9W$$
$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \times \log\left(\frac{32{,}9}{0{,}001}\right) = 45{,}2\ dBm$$

35. Faire de même pour l'harmonique de rang 3 dont l'amplitude est $A_3 = 0{,}9006\ V$.

$$\langle P_3 \rangle = \frac{\mathrm{A}_3^2}{2R} = \frac{0{,}9006^2}{2 \times 1{,}00} = 0{,}4056\ W$$
$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = 10 \times \log\left(\frac{0{,}4056}{0{,}001}\right) = 26{,}1\ dBm$$

36. En déduire l'intérêt de l'utilisation d'un spectre présentant une puissance en dBm sur l'axe des ordonnées :

L'échelle dBm permet de visualiser les raies de faible amplitude.

❖ Signal carré :

On étudie un signal $y(t)$ périodique, carré de valeur moyenne $\langle y \rangle = 1{,}000\ V$ dont les harmoniques possèdent les caractéristiques suivantes :

Harmonique de rang n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
Fréquence $f_n\ (kHz)$	2,000	4,000	6,000	8,000	10,00	12,00	14,00
Amplitude $A_n\ (V)$	3,820	0	1,273	0	0,7639	0	0,5457

37. Calculer la valeur efficace U_{eff} du signal $y(t)$ étudié, pour les harmoniques jusqu'au rang $n = 7$ inclus :

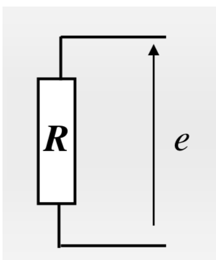
$$U_{eff} = \sqrt{\langle y \rangle^2 + \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \frac{A_5^2}{2} + \frac{A_7^2}{2}} = \sqrt{1{,}000^2 + \frac{3{,}820^2}{2} + \frac{1{,}273^2}{2} + \frac{0{,}7639^2}{2} + \frac{0{,}5457^2}{2}}$$

$$U_{eff} = 3{,}090\ V$$

38. A partir des amplitudes des harmoniques jusqu'au rang $n = 7$ inclus, pour le signal carré $y(t)$ uniquement, calculer la valeur efficace de la composante alternative :

$$U_{alt,eff} = \sqrt{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \frac{A_5^2}{2} + \frac{A_7^2}{2}} = \sqrt{\frac{3{,}820^2}{2} + \frac{1{,}273^2}{2} + \frac{0{,}7639^2}{2} + \frac{0{,}5457^2}{2}} = 2{,}924\ V$$

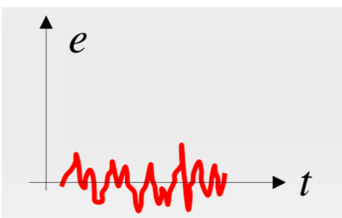
❖ Bruits ou parasites ?



On mesure le signal $e(t)$ aux bornes d'un conducteur ohmique, en l'absence de générateur.

39. Donner la représentation temporelle attendue de $e(t)$:

On s'attend à obtenir $e(t) = 0\ V$

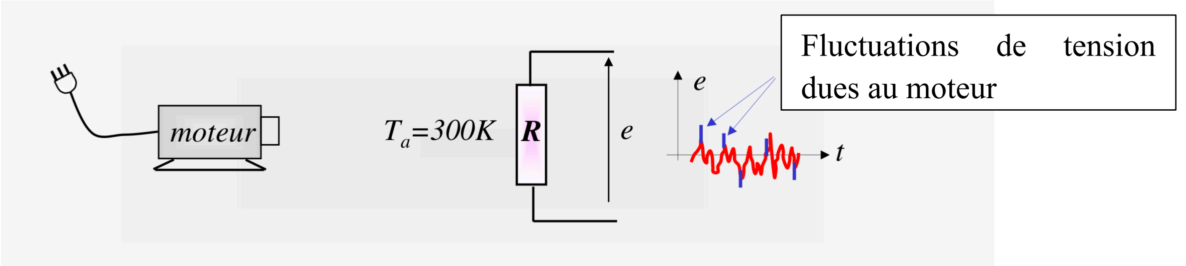


Or, on observe des fluctuations de tension autour de cette valeur.

Plus la température du conducteur augmente, plus ces fluctuations augmentent.

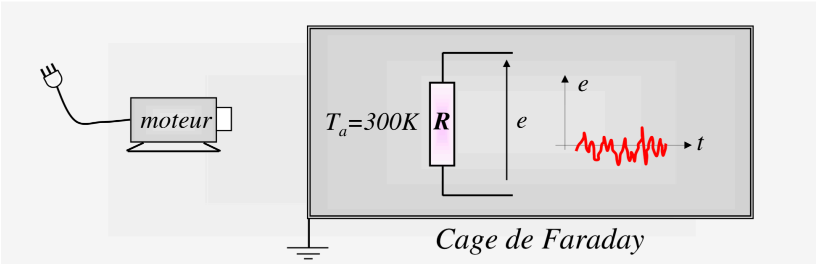
Elles sont dues à l'agitation thermique des électrons constituant le conducteur.

Si on place à proximité du même conducteur ohmique (de température $T_a = 300K$), un moteur électrique, son fonctionnement peut influencer celui du conducteur ohmique :



40. Proposer une solution permettant d'éliminer ici l'influence du moteur sur le conducteur ohmique :

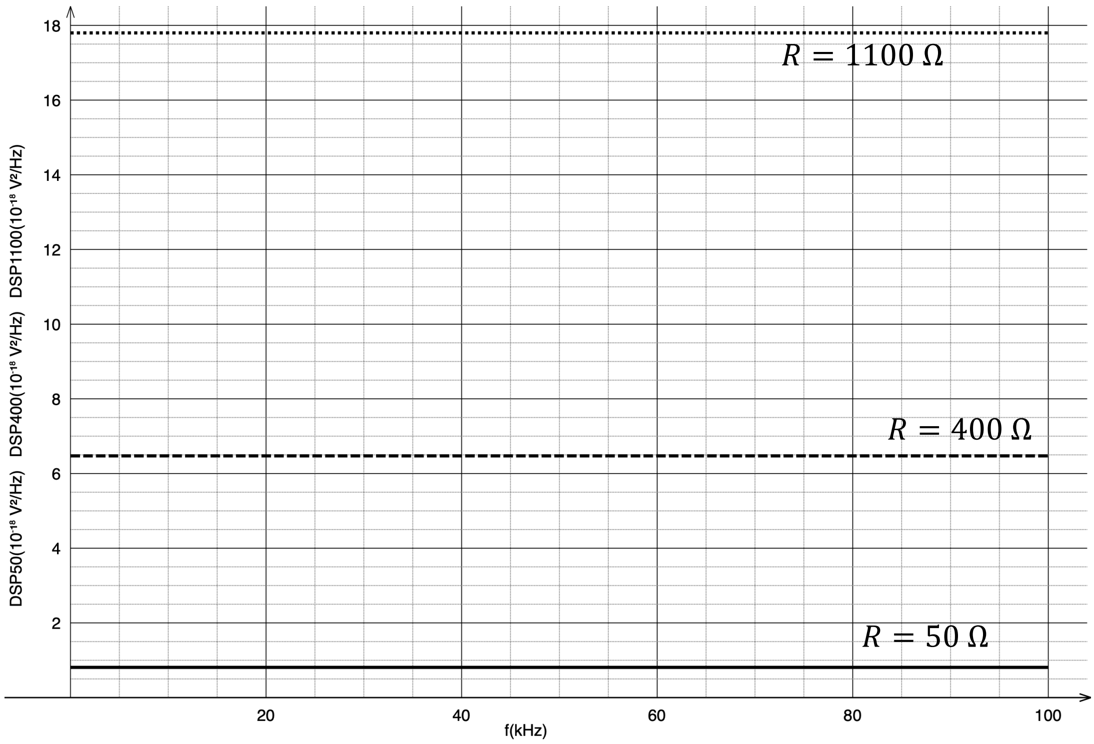
Nous pouvons éliminer cette influence, grâce à une cage de Faraday, reliée à la terre :



41. Compléter alors le texte suivant :
Il est possible d'éliminer les fluctuations de tension dues à un autre système : on parle alors de parasites électromagnétiques (cause externe au système).
Il est impossible d'éliminer les fluctuations de tension dues à l'agitation thermique (phénomène interne) : on parle alors de **bruit.**

❖ **P_{bruit} d'un bruit blanc à partir de $DSP(f)$:**

A $20°C$, dans le cas de conducteurs ohmiques de résistance R, la représentation de la densité spectrale de puissance du bruit crée par le conducteur ohmique donne :



42. Déterminer la puissance moyenne normalisée du bruit P_{bruit}, en V^2 pour un conducteur ohmique de résistance $R = 400\ \Omega$ contenu dans un système dont la bande passante est $[20kHz;\ 60\ kHz]$:

$$P_{bruit} = 6{,}5 \times 10^{-18} \times (60 \times 10^3 - 20 \times 10^3) = 2{,}6 \times 10^{-13} V^2$$

43. Sachant que la puissance du signal est $P_{signal} = 2{,}6\ V^2$, déterminer la valeur de SNR_{dB} :

$$SNR_{dB} = 10 \log \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = 10 \log \frac{2{,}6}{2{,}6 \times 10^{-13}} = 130\ dB$$

44. Déterminer la puissance moyenne normalisée du bruit P_{bruit}, en V^2 pour un conducteur ohmique de résistance $R = 400\ \Omega$ contenu dans un système dont la bande passante est $[20kHz;\ 30\ kHz]$:

$$P_{bruit} = 6{,}5 \times 10^{-18} \times (30 \times 10^3 - 20 \times 10^3) = 6{,}5 \times 10^{-14} V^2$$

45. Sachant que la puissance du signal est $P_{signal} = 2{,}6\ V^2$, déterminer la valeur de SNR_{dB} :

$$SNR_{dB} = 10 \log \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = 10 \log \frac{2{,}6}{6{,}5 \times 10^{-14}} = 136\ dB$$

46. Comment évoluent P_{bruit} et SNR_{dB} lorsque la bande passante du système diminue ? Proposer une méthode pour limiter la production de bruit pour un système.

Lorsque la bande passante du système diminue, P_{bruit} diminue et SNR_{dB} augmente.
Pour limiter la production de bruit dans un système, nous pouvons diminuer la bande passante de ce système.