Chapitre 05
Puissance d'un signal variable. Niveaux de puissance d'un signal. Rapport signal sur bruit.

<u>Capacités exigibles :</u>

- Savoir déterminer les caractéristiques d'un signal périodique (valeur efficace)
- Savoir déterminer les caractéristiques (valeur efficace) d'un signal sinusoïdal à partir de son expression littérale réelle ou de son chronogramme
- Savoir calculer une puissance active en régime sinusoïdal
- Connaître et utiliser la relation entre la puissance en mW et le niveau de puissance en dBm, et sa réciproque
- Connaître les unités des signaux : dBm, savoir convertir une grandeur en W en dBm (et inversement)
- Savoir utiliser une échelle en dB (dBm) sur un spectre (mesure de l'amplitude de chaque raie) et avoir conscience de son utilité (visualiser les raies de faible amplitude)
- Savoir utiliser une échelle en dBm sur un spectre (mesure de la puissance de chaque raie) et avoir conscience de son utilité (visualiser les raies de faible puissance)
- Identifier un bruit blanc à l'aide de la densité spectrale de puissance (ER uniquement)
- Savoir analyser le spectre d'un signal quelconque (présence de bruit, etc.)
- Savoir exploiter la relation définissant le rapport signal sur bruit
- Savoir utiliser la valeur d'un rapport signal sur bruit pour valider un équipement

❖ Rappels du chapitre 02 : en régime continu

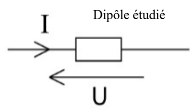
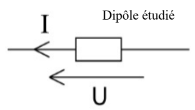
La puissance caractérise le **<u>débit d'énergie</u>** fournie entre l'état initial et l'état final. Elle ne dépend ni de l'état initial, ni de l'état final du système, mais permet de décrire la rapidité de ce transfert d'énergie.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}, ou\ encore\ \Delta E = P \times \Delta t$$

En régime continu, on définit la puissance électrique de ce signal, notée P, dont l'unité est le watt, de symbole W :

$$P = U \times I$$

U: tension aux bornes du système, en volt
I: intensité traversant le système, en ampère

La flèche représentant la tension U est dans le sens opposé à la flèche représentant l'intensité I  On appelle cette convention, la **convention récepteur.** La puissance P s'appelle la **puissance reçue** par le dipôle étudié.	La flèche représentant la tension U est dans le même sens que la flèche représentant l'intensité I  On appelle cette convention, la **convention générateur.** La puissance P s'appelle la **puissance fournie** par le dipôle étudié.

Pour la suite du chapitre, la convention choisie sera la convention récepteur.

I. De la puissance instantanée à la puissance moyenne, pour des signaux variables :

A. Puissance instantanée d'un signal variable :

Les signaux (tensions) étudiés étant variables (et souvent périodiques), cela conduit à définir une puissance dépendant du temps : la puissance instantanée.

À connaitre par cœur :

Avec un signal variable, la tension aux bornes d'un dipôle et l'intensité traversant ce dipôle dépendent du temps : on les note alors respectivement u et i (en minuscule) ou encore $u(t)$ et $i(t)$.

En convention récepteur, on définit alors la puissance électrique instantanée reçue par le dipôle, notée $P(t)$, dont l'unité est le watt, de symbole W, par :

$$P(t) = u \times i \quad \text{ou encore } P(t) = u(t) \times i(t)$$

u: tension aux bornes du dipôle à l'instant t, en Volt
i: intensité traversant le dipôle à l'instant t, en Ampère

Cette puissance électrique instantanée reçue par le dipôle est aussi la puissance électrique instantanée fournie par le signal.

B. Intérêt de la puissance moyenne ou « active », reçue par un dipôle, pour des signaux variables et périodiques

❖ **Principe général d'un appareil de mesure :**

Les fréquences des signaux étant assez élevées (et donc leurs périodes faibles face à la durée de l'observation), les appareils de mesures mesurent les **valeurs moyennes** des grandeurs mesurées (tension, intensité, énergie ou encore puissance) et non les valeurs instantanées (ce qui d'ailleurs, n'aurait aucun sens).

La puissance active est liée à la valeur efficace des signaux (la formule sera donnée plus loin dans le chapitre).

II. Valeur efficace de signaux périodiques et représentation temporelle :

Afin de comprendre les notions abordées dans les paragraphes suivants :
« Comment déterminer la valeur efficace d'un signal périodique ? »

A. Définition de la valeur efficace pour un signal périodique : (Root Mean Square en anglais)

❖ **A connaître par cœur :**

On appelle valeur efficace, notée U_{eff}, d'un signal périodique $u(t)$, **la racine carrée de la valeur moyenne, du signal au carré** :

$$\boldsymbol{U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}}$$

Cette formule n'est qu'une définition : elle **ne permet pas de calculer** U_{eff} dans les exercices !

❖ Sens physique de la valeur efficace d'un signal :

Plus la valeur efficace du signal augmente, plus la puissance moyenne du signal augmente. La valeur efficace d'un signal permet donc d'évaluer la puissance active de ce même signal.

Plus la valeur efficace d'un signal est grande, plus ce signal est susceptible de fournir une énergie électrique importante pour une même durée, au dipôle.

B. Comment déterminer la valeur efficace de signaux périodiques ayant **un motif sinusoïdal, triangulaire ou carré ?**

❖ Signal sinusoïdal alternatif :

Pour un signal sinusoïdal alternatif, on peut déterminer la valeur efficace, notée $U_{alt,eff}$, de ce signal à partir de son amplitude grâce à la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$U_{alt,eff}$: valeur efficace du signal alternatif, dont l'unité est le volt, noté V
U_m : amplitude du signal dont l'unité est le volt, noté V

❖ Signal triangulaire alternatif :

Pour un signal triangulaire alternatif, on peut déterminer la valeur efficace, notée $U_{alt,eff}$, de ce signal à partir de son amplitude grâce à la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}$$

$U_{alt,eff}$: valeur efficace du signal alternatif, dont l'unité est le volt, noté V
U_m : amplitude du signal dont l'unité est le volt, noté V

❖ Signal carré alternatif :

Pour un signal carré alternatif, on peut déterminer la valeur efficace, notée $U_{alt,eff}$, de ce signal à partir de son amplitude grâce à la formule suivante :

$$U_{alt,eff} = U_m$$

$U_{alt,eff}$: valeur efficace du signal alternatif, dont l'unité est le volt, noté V
U_m : amplitude du signal dont l'unité est le volt, noté V

❖ Lien entre U_{eff} et $U_{alt,eff}$ (quel que soit le motif) :

La valeur efficace U_{eff} d'un signal périodique non alternatif $u(t)$ peut se calculer ainsi :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + (U_{alt,eff})^2}$$

$U_{alt,eff}$: valeur efficace de la composante alternative du signal, dont l'unité est le volt, noté V
$\langle u\rangle$: valeur moyenne du signal, dont l'unité est le volt, noté V

C. <u>Comment déterminer la valeur efficace de signaux périodiques ayant un **motif rectangulaire ou quelconque ?**</u>

Nous sommes obligés de « repartir » de la définition de la valeur efficace pour comprendre la méthode :

$$U_{\,eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$$

En notation avec l'intégrale :

$$U_{\,eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t)dt}$$

$\int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t)dt$ correspond donc à l'aire (algébrique), notée A'_{totale}, située entre la courbe représentant $u^2(t)$ et l'axe des abscisses, pour un motif.

❖ **Formule de la valeur efficace pour un signal périodique :**

Soit $u(t)$ un signal périodique, de période T. On note $U_{\,eff}$, sa valeur efficace que l'on peut calculer ainsi :

$$U_{\,eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale}}$$

$U_{\,eff}$: valeur efficace du signal, en volt (V)
T: période du signal, en seconde (s)
A'_{totale}: aire algébrique située entre la courbe **représentant $\boldsymbol{u^2(t)}$** et l'axe des abscisses pour un motif, en $V^2.s$

<u>Remarque :</u>
Le signal $u(t)$ étant élevé au carré, toutes les valeurs en ordonnées le sont : elles sont donc toutes positives. On en conclut que l'aire A'_{totale} est positive.

❖ **Méthode générale : comment utiliser la formule précédente ?** *(à savoir faire)*

Pour déterminer la valeur efficace d'un signal périodique à partir d'un graphe représentant $u(t)$, il faut :

- Repérer un motif de la courbe $u(t)$ et mesurer la période T
- Calculer l'aire totale notée A'_{totale} présente entre la courbe du **signal au carré** et l'axe des abscisses, pour le motif tracé.
- Calculer enfin, en volt :

$$U_{\,eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times A'_{totale}}$$

Il faudra tracer rapidement sur votre copie, un motif du « signal au carré » en prenant soin d'indiquer le nom des axes, leurs unités ainsi que les coordonnées de points importants.

<u>Remarque :</u>
Cette méthode fonctionne pour tous les types de motifs. Mais, il est plus rapide/commode d'utiliser les formules du paragraphe II.B quand le motif est sinusoïdal, triangulaire ou carré.
Cette méthode ne sera donc utilisée en exercice, que pour les motifs rectangulaires ou quelconque.

D. Comment mesurer la valeur efficace d'un signal périodique ?

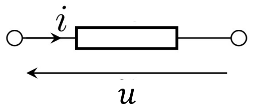
❖ **Mesures au voltmètre :**

Un voltmètre en mode DC permet de mesurer la valeur moyenne $\langle u \rangle$ d'une tension périodique.
Un voltmètre en mode AC permet de mesurer la valeur efficace de la composante alternative $U_{alt,eff}$ d'une tension périodique .
Un voltmètre en mode AC+DC permet de mesurer la valeur efficace U_{eff} d'une tension périodique.

III. Lien entre puissance active et valeur efficace de signaux périodiques :

A. Puissance moyenne ou « active », reçue par un dipôle, pour des signaux sinusoïdaux :

Notation dans ce chapitre :



$$u(t) = U_m \times \cos(2\pi f t + \phi)$$
$$i(t) = I_m \times \cos(2\pi f t)$$

i : intensité traversant le dipôle
u: tension aux bornes du dipôle
f: fréquence des signaux, en Hz
U_m: amplitude de la tension aux bornes du dipôle étudié, en V
I_m: amplitude de l'intensité traversant le dipôle étudié, en A
ϕ est le déphasage de la tension à ses bornes par rapport à l'intensité qui le traverse.

À connaitre par cœur :

Pour des signaux sinusoïdaux :
La puissance « active » est la puissance moyenne reçue par un dipôle électrique (puissance provenant du signal périodique). Elle peut se déterminer ainsi :

$$\langle P(t) \rangle = U_{eff} \times I_{eff} \times \cos\phi$$

U_{eff} : valeur efficace de la tension sinusoïdale alternative, en Volt.
I_{eff}: valeur efficace de l'intensité sinusoïdale alternative, en Ampère.
ϕ est le déphasage de la tension à ses bornes par rapport à l'intensité qui le traverse.
$\langle P(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le dipôle, en Watt.

B. Puissance moyenne ou « active », reçue par un conducteur ohmique, pour des signaux périodiques :

À connaitre par cœur :

La puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (puissance provenant du signal périodique) peut se déterminer à partir de la valeur efficace du signal :

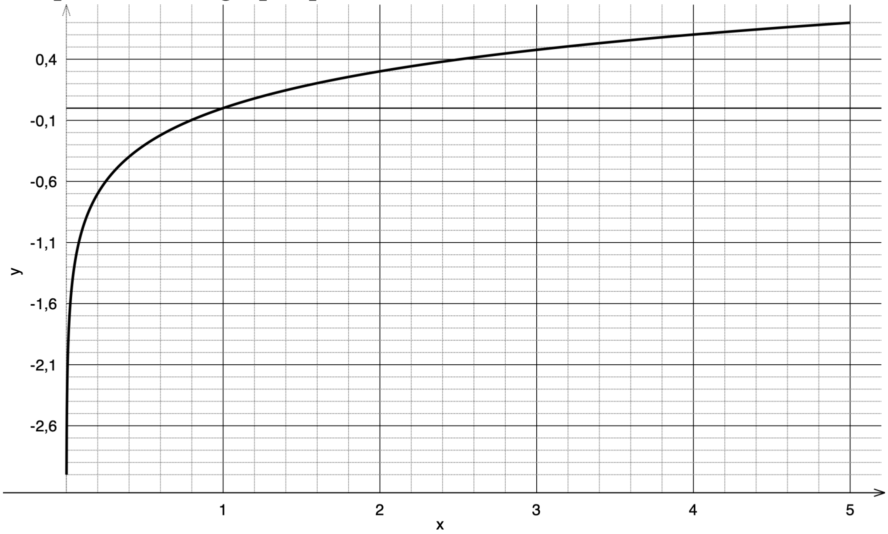
$$\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

U_{eff} : valeur efficace du signal périodique, en Volt.
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm.
$\langle P(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique, en Watt.

IV. Le « dBm », une nouvelle unité pour la puissance active :

A. Fonction logarithme décimal et réciproque :

La fonction $f(x) = \log(x)$ s'appelle la **fonction logarithme décimal.**
Sa représentation graphique est la suivante :



On remarque que :

Si $x > 1$ alors $\log(x) > 0$
Si $x < 1$ alors $\log(x) < 0$
Si $x = 1$ alors $\log(x) = 0$

$f(x) = \log(x)$ a pour fonction réciproque, la fonction :

$$g(x) = 10^x$$

A connaitre par cœur (pour les manipulations d'expressions littérales de ce chapitre) :

Pour tout réel strictement positif x et tout réel a:

$$\log(x) = a \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^a$$

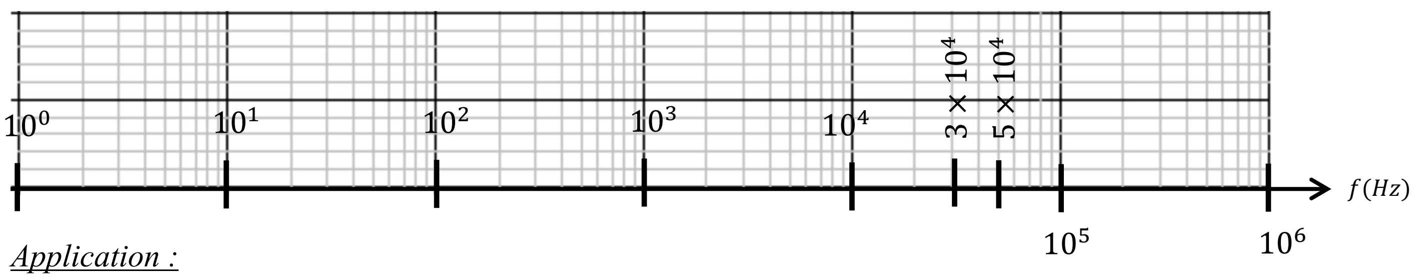
❖ **Propriété importante de la fonction log :**

$$\textit{Pour tout entier relatif } n, \quad \log(10^n) = n$$

B. Qu'est-ce que l'échelle logarithmique ?

La fréquence du signal sinusoïdal alternatif peut varier sur un large intervalle de valeurs (de 0 Hz à plusieurs dizaines de MHz). **Une échelle linéaire n'est pas du tout adaptée à ce type d'étude.**

On préfère utiliser un **axe logarithmique** : cette échelle est plus adaptée à des variations sur plusieurs ordres de grandeur de la fréquence du signal.



Application :
Placer sur l'axe ci-dessus, les valeurs de fréquences suivantes :

$$10^0\ Hz;\ 10^1\ Hz;\ 10^2\ Hz;\ 10^3\ Hz;\ 10^4\ Hz;\ 3\times 10^4\ Hz;\ 5\times 10^4\ Hz; 0\ Hz$$

A retenir :

Sur un **axe logarithmique, la valeur 0 n'est pas représentée.** La première « sous-graduation » est 2×10^n . La graduation du « milieu » est proche de 3×10^n . L'espace entre les fréquences $[10^1\ Hz;\ 10^2\ Hz]$ et entre les fréquences $[10^2\ Hz;\ 10^3\ Hz]$ est identique (le premier espace représente 90 Hz et le deuxième représente 900 Hz).

Remarque :
On peut aussi utiliser un axe représentant **le logarithme de la fréquence**, sur un axe linéaire :

Cette échelle est adaptée à des variations sur plusieurs ordres de grandeur de la fréquence du signal (utile lorsque nous n'avons pas sous la main du papier log).

C. Niveau de puissance d'un signal :

Les puissances des signaux radiofréquences sont souvent proches de 1 mW : le niveau de puissance en dBm permet de comparer la puissance moyenne du signal étudié à cette puissance moyenne de référence, 1 mW.

❖ **Définition du niveau de puissance en dBm: à connaitre par cœur**

Le niveau de puissance, noté N, d'un signal peut se mesurer en dBm . Il est défini ainsi :

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P\rangle}{P_{réf}}\right)$$

$\langle P\rangle$: puissance moyenne du signal étudié, en **watt.**
$\boldsymbol{P_{réf} = 0,001\ W}$ **(ou 1 $\boldsymbol{mW}$)**: valeur de référence.
N : niveau de puissance, ayant pour unité le dBm.

Contrairement à l'unité « décibel », un niveau de puissance en dBm est une **mesure d'une puissance absolue.** On compare ici la puissance moyenne du signal étudié à un « autre objet » : une puissance moyenne de référence, 1 mW.

Les dBm sont donc une « véritable unité », contrairement au dB

Le m de dBm fait référence à **m**illiwatt.

❖ **Que signifie l'unité « dBm » ? (à savoir)**

$X\ dBm$ signifie que la puissance moyenne du signal étudié est à $X\ dB$ au-dessus de 1 mW .

Par exemple, 3 dBm signifie que la puissance moyenne du signal étudié est à 3 dB au-dessus de 1 mW. Donc $P = 2\ mW$
Par exemple, -3 dBm signifie que la puissance moyenne du signal étudié est à 3 dB en dessous de 1 mW. Donc $P = 0{,}5\ mW$
Par exemple, 6 dBm signifie que la puissance moyenne du signal étudié est à 6 dB au-dessus de 1 mW. Donc $P = 4\ mW$

Construction des grandeurs en dBm :

Grandeur étudiée	Valeur de référence	Grandeur adimensionnée	Grandeur en Belm	Grandeur en décibelm	Unité
$\langle P \rangle, en\ W$	$P_{réf} = 1 \times 10^{-3} W$	$\dfrac{\langle P \rangle}{1 \times 10^{-3}}, sans\ unité$	$\log\left(\dfrac{\langle P \rangle}{1 \times 10^{-3}}\right), en\ Bm$	$N = 10 \times \log\left(\dfrac{\langle P \rangle}{1 \times 10^{-3}}\right)$	dBm

Pour que votre calcul soit juste, il faut que $\langle P \rangle\ et\ P_{réf}$ soient exprimées dans la même unité.

❖ Abus de langage fréquent (dans les sujets de BTS) :

Il arrive qu'on parle de « puissance en dBm » (le mot niveau passe à la poubelle, comme dans le titre de ce paragraphe). Ainsi, on peut vous demander de calculer une puissance, dont l'unité est le dBm

❖ A savoir-faire : isoler la grandeur $\langle P \rangle$

On cherche la formule littérale de $\langle P \rangle$: il faut donc savoir isoler $\langle P \rangle$ à partir de la formule littérale $N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right)$

$$N = 10 \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) \Leftrightarrow \frac{N}{10} = \frac{10}{10} \times \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) \quad \Leftrightarrow \frac{N}{10} = \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{\langle P \rangle}{P_{réf}}\right) = \frac{N}{10} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\langle P \rangle}{P_{réf}} = 10^{\frac{N}{10}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\langle P \rangle = P_{réf} \times 10^{\frac{N}{10}}}$$

Cette manipulation d'expression littérale est présente dans les sujets d'écrits, chaque année.

Depuis le début du chapitre, nous avons exploité les chronogrammes des signaux (tension et intensité) afin d'obtenir la puissance active ou la valeur efficace des signaux. Il faut aussi être capable de calculer ces grandeurs à partir du spectre des signaux.

V. Puissance active et spectre de signaux périodiques :

A. Détermination de la puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique, à partir de la **représentation fréquentielle** du signal périodique :

Soit la décomposition en série de Fourier d'un signal $u(t)$ périodique, de fréquence f_1 , tel que :

$$u(t) = \langle u \rangle + \mathrm{A}_1 \cos(\,2\pi f_1\, t + \varphi_1) \,+\, \mathrm{A}_2 \cos(\,2\pi f_2\, t + \varphi_2) \,+\, \mathrm{A}_3 \cos(\,2\pi f_3\, t + \varphi_3) + \cdots$$

$$avec\ f_n = n \times f_1, \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt
f_n: fréquence de l'harmonique de rang n, en hertz

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques et de la valeur moyenne du signal, la puissance moyenne (ou puissance active) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (puissance provenant du signal périodique) se détermine ainsi :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle u \rangle^2}{R} + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2R} + \cdots$$

A_n: amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u \rangle$: valeur moyenne du signal, en volt
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm (Ω)

⚠ Ce calcul vous permet de déterminer la puissance moyenne fournie par **une partie des harmoniques d'un signal** possédant une infinité d'harmoniques.

❖ **Comment déterminer la puissance reçue par le système grâce à la composante continue ou à l'amplitude de l'harmonique de rang n? *à connaitre par cœur***

Lorsque l'on a connaissance de la valeur moyenne du signal, la puissance P_0 reçue par le système grâce à la composante continue du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$P_0 = \frac{\langle u \rangle^2}{R}$$

P_0: puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques du signal, la puissance moyenne $\langle P_n(t) \rangle$ reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

$$\langle P_n(t) \rangle = \frac{\mathrm{A}_n^2}{2R}$$

$\langle P_n(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n

⚠ Il faut diviser par $2R$ pour les harmoniques et par R pour la valeur moyenne

Conclusion :

La puissance électrique moyenne reçue par un conducteur ohmique provenant d'un signal périodique $u(t)$ est égale à la somme de la puissance reçue grâce à sa composante continue et des puissances moyennes reçues grâce à chacun des harmoniques.

$$\langle P(t)\rangle = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \langle P_n(t)\rangle$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\langle P_n(t)\rangle$ représente la puissance moyenne reçue par le système grâce à la composante alternative du signal.
P_0 représente la puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal.

Remarque :
En toute rigueur, il faut prendre en compte **tous** les harmoniques du signal afin de retrouver la valeur déterminée par $\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$.

- **Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des k premiers harmoniques :**

On souhaite connaître la répartition de la puissance active dans le spectre du signal : on ne prend en compte que les k premiers harmoniques.

Méthode :
- On détermine la valeur efficace du signal U_{eff} à l'aide de sa représentation temporelle du signal : la valeur efficace calculée contient ainsi l'intégralité des harmoniques.
- On calcule $\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$,
- On calcule la somme des puissances moyennes pour les k premiers harmoniques : $P_0 + \sum_{n=1}^{k}\langle P_n(t)\rangle$
- Il faut enfin calculer le rapport suivant :

$$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{k}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle}$$

- Multiplier le résultat par 100 afin d'obtenir le pourcentage.

B. Intérêt de l'unité dBm pour les spectres en puissance :

L'échelle en dBm sur un spectre permet de visualiser les raies de faible puissance.

C. Valeur efficace et représentation fréquentielle pour un signal périodique :

- **Comment déterminer la valeur efficace d'un signal périodique à partir des amplitudes des harmoniques ? *à connaitre par cœur***

Lorsque l'on a connaissance des amplitudes des harmoniques et de la valeur moyenne du signal, la valeur efficace U_{eff} du signal $u(t)$ se détermine ainsi :

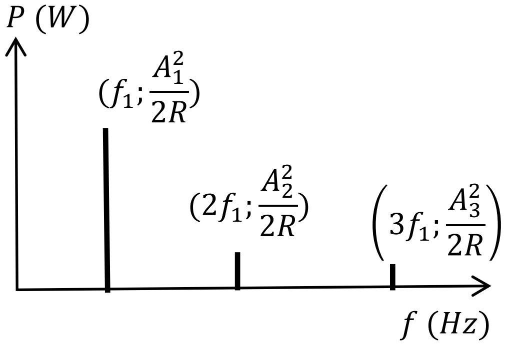
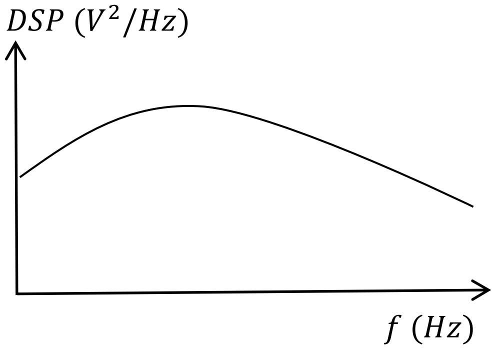
$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n^2}{2}}$$

A_n : amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
$\langle u\rangle$: valeur moyenne du signal, en volt

Remarque :
L'avantage de cette formule est qu'elle est valable, pour tout motif, alternatif ou non, ce qui n'était pas le cas des formules précédentes.

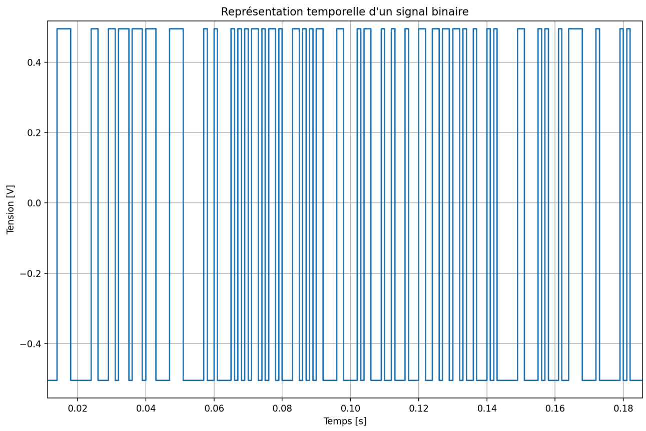
VI. Puissance et spectre de signaux non périodiques :

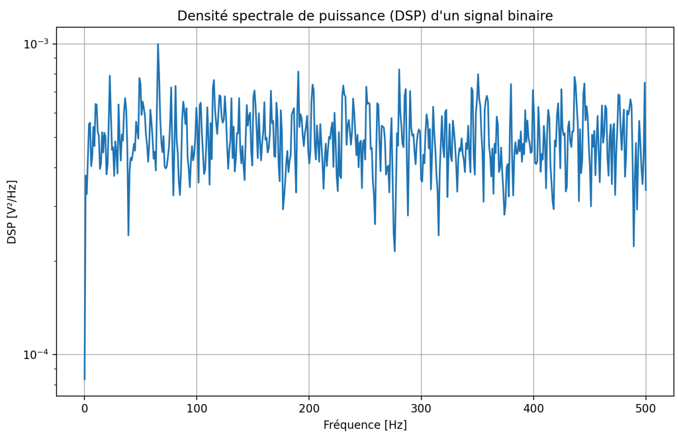
A. Du signal périodique au signal non périodique :

	Signal périodique alternatif $u(t)$	Signal non périodique
Expression temporelle	$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_1\, t + \varphi_n)$	$u(t)$ est inconnu
Spectre en « puissance »		
Expression de la puissance normalisée moyenne	$P_{signal} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2R}$	$P_{signal} = \int_0^{+\infty} DSP(f)df$

La fonction $DSP(f)$ est appelée **d**ensité **s**pectrale de **p**uissance du signal. Son unité est le V^2/Hz.
La fonction $DSP(f)$ nous permet de déterminer la puissance moyenne normalisée du signal, notée P_{signal}.

B. Cas des signaux binaires :





VII. Rapport signal sur bruit (ou SNR_{dB}, *signal to noise ratio*) :

L'ensemble des notions abordées dans le paragraphe suivant sont présentées dans la vidéo « Rapport signal sur bruit »

A. Bruits et parasites :

Lors de la transmission/de la conversion/de la synthèse d'un signal, le signal est toujours affecté par de petites fluctuations plus ou moins importantes, venant se superposer au signal.

Il existe deux types/familles de fluctuations :
- Les perturbations extérieures (par exemple, les parasites électromagnétiques)
- Le bruit, dû à une cause interne au système.

On peut éliminer les perturbations extérieures, mais pas le bruit.

Le bruit qui se superpose au signal contenant l'information peut être dû à :
- une erreur lors de la synthèse du signal
- une erreur lors de la conversion analogique-numérique
- un phénomène aléatoire, provenant de causes internes liées aux dipôles utilisés.

B. Comment calculer un rapport signal sur bruit ?

Le rapport signal sur bruit est une grandeur utile lorsque l'on souhaite mesurer la qualité d'une synthèse, d'un encodage ou d'une transmission d'un signal.

❖ **Puissance moyenne (ou active) normalisée d'un signal : à connaitre**

La puissance moyenne normalisée d'un signal périodique $u(t)$, notée P_{signal} , est définie comme la puissance moyenne reçue par un conducteur ohmique de résistance de $R = 1\ \Omega$ (ce nombre est un coefficient), provenant du signal. On a donc :

$$P_{signal} = \langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff,signal}}^2}{R} = \frac{{U_{eff,signal}}^2}{1} = {U_{eff,signal}}^2$$

La puissance moyenne normalisée d'un signal périodique $u(t)$, notée P_{signal} , est définie ainsi :

$$P_{signal} = {U_{eff,signal}}^2$$

Son unité est le volt au carré, noté $\boldsymbol{V^2}$

$U_{eff,signal}$: valeur efficace du signal, en volt
P_{signal}: puissance moyenne normalisée du signal, en $\boldsymbol{V^2}$

❖ **Puissance moyenne (ou active) normalisée d'un bruit : à connaitre**

La puissance moyenne normalisée d'un bruit $b(t)$, notée P_{bruit} , est définie comme la puissance moyenne reçue par un conducteur ohmique de résistance de $R = 1\ \Omega$ (ce nombre est un coefficient), provenant du bruit.

On a donc :

$$P_{bruit} = \frac{{U_{eff,bruit}}^2}{R} = \frac{{U_{eff,bruit}}^2}{1} = {U_{eff,bruit}}^2$$

La puissance moyenne normalisée d'un bruit, notée P_{bruit}, est définie ainsi :

$$P_{bruit} = {U_{eff,bruit}}^2$$

Son unité est le volt au carré, noté $\boldsymbol{V^2}$

$U_{eff,bruit}$: valeur efficace du bruit, en volt
P_{bruit}: puissance moyenne normalisée du bruit, en $\boldsymbol{V^2}$

L'**unité** d'une puissance moyenne **normalisée** n'est pas le watt ou le dBm :
c'est le **volt au carré, noté $\boldsymbol{V^2}$**

Remarque :
En prenant une valeur de 1 Ω, la résistance « disparaît » des formules littérales : dire qu'une puissance est en volt au carré est rigoureusement faux, mais ici, cette erreur est tolérée.

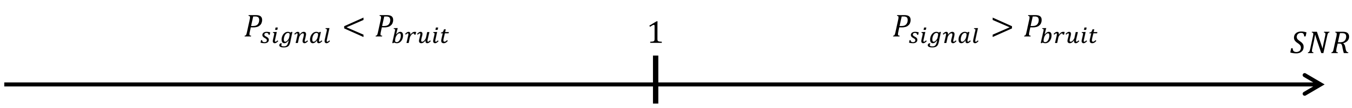
- **Rapport signal sur bruit : à connaitre**

Le rapport signal sur bruit, noté SNR ($Signal\ to\ Noise\ Ratio$), est défini par :

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} \quad ou \quad SNR = \frac{{U_{eff,signal}}^2}{{U_{eff,bruit}}^2}$$

$U_{eff,signal}$: valeur efficace du signal, en volt
$U_{eff,bruit}$: valeur efficace du bruit, en volt
P_{signal}: puissance moyenne normalisée du signal, en $\boldsymbol{V^2}$
P_{bruit}: puissance moyenne normalisée du bruit, en $\boldsymbol{V^2}$
SNR : rapport signal sur bruit, sans unité

Évolution du rapport signal sur bruit :
Plus la puissance moyenne normalisée du bruit augmente, plus le rapport signal sur bruit diminue.
Plus le rapport signal sur bruit est élevé, plus la puissance moyenne normalisée du bruit est faible devant celle du signal (ce qui est souhaitable).



L'échelle linéaire étant peu adaptée, on utilise plus fréquemment, le rapport signal sur bruit en décibel.

❖ Rapport signal sur bruit en dB : à connaitre

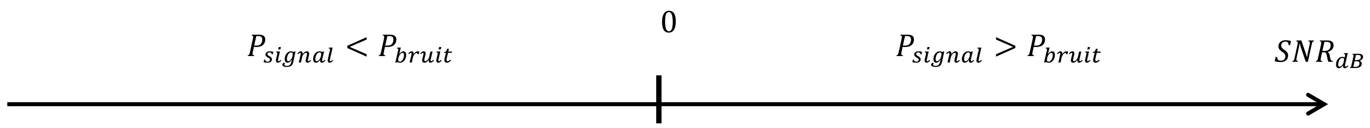
Le rapport signal sur bruit, noté SNR_{dB}, indique la marge, en décibel (noté dB), qui sépare la puissance moyenne (ou valeur efficace) du signal « utile » à celle du bruit.

$$SNR_{dB} = 10\log\frac{P_{signal}}{P_{bruit}} \quad ou \quad SNR_{dB} = 20\log\frac{U_{eff,signal}}{U_{eff,bruit}}$$

P_{signal}: puissance moyenne normalisée du signal, en $\boldsymbol{V^2}$
P_{bruit}: puissance moyenne normalisée du bruit, en $\boldsymbol{V^2}$
$U_{eff,signal}$: valeur efficace du signal, en volt
$U_{eff,bruit}$: valeur efficace du bruit, en volt
SNR_{dB} : rapport signal sur bruit, en décibel (noté dB).

Par exemple, si $SNR_{dB} = 3\ dB$, cela signifie que la puissance moyenne normalisée du signal est le double de la puissance moyenne normalisée du bruit.
Par exemple, si $SNR_{dB} = 6\ dB$, cela signifie que la puissance moyenne normalisée du signal est le double du double, de la puissance moyenne normalisée du bruit.

<u>Évolution du rapport signal sur bruit en dB :</u>
Si la puissance moyenne normalisée du bruit est nul, alors le rapport signal sur bruit (en dB) est infini.
Plus la puissance moyenne normalisée du bruit augmente, plus le rapport signal sur bruit (en dB) diminue.

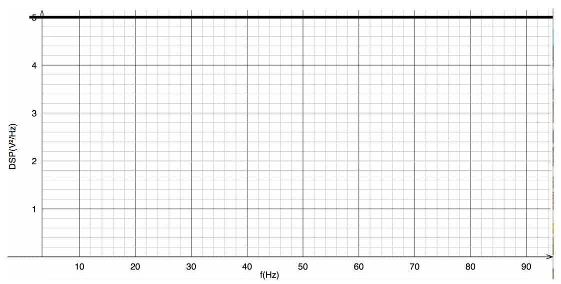
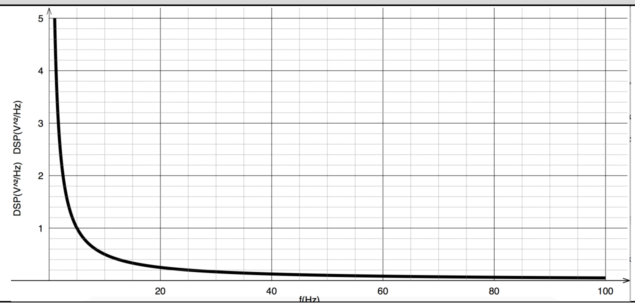


⚠ On souhaite que le bruit se superposant au signal soit le plus faible possible : SNR_{dB} doit donc être le plus **grand** possible.

Les méthodes pour déterminer P_{signal} ou $U_{eff,signal}$ sont déjà connues (voir chapitre 05), mais la détermination de P_{bruit} ou de $U_{eff,bruit}$ nous est encore inconnue, le bruit étant souvent non périodique.

La suite du chapitre a pour but de déterminer P_{bruit} pour un bruit aléatoire.

C. Puissance des bruits aléatoires :

Types de bruits	**Bruit blanc**	**Bruit rose**
Allure de $DSP(f)$ en échelle linéaire		
	$DSP(f)$ *est une droite parallèle à l'axe des abscisses*	$DSP(f)$ *est une courbe décroissante*

Remarque concernant le bruit aléatoire blanc :
Un bruit n'est jamais parfaitement blanc sinon $P_{bruit} = \int_0^{+\infty} DSP(f)df = +\infty$!! En réalité, la $DSP(f)$ est une constante sur une gamme non infinie de fréquences.

❖ Méthode pour déterminer P_{bruit} à partir du graphe de la $DSP(f)$: à savoir faire

On suppose que la bande passante $[f_{min}; f_{max}]$ du système produisant ce bruit, est connue (donnée par l'exercice).

> Vérifier que l'axe des ordonnées du graphe a pour unité V^2/Hz. Si ce n'est pas le cas, le graphe ne représente pas la DSP !
>
> *1ère étape :* Sur le graphe de la $DSP(f)$, repérer sur l'axe des abscisses les valeurs de f_{max} *et* f_{min}
>
> *2ème étape :* Calculer l'aire comprise entre la courbe représentant la fonction $DSP(f)$ et l'axe des abscisses (entre les valeurs de f_{max} *et* f_{min}) en veillant aux unités. L'unité de l'aire, est le V^2.
>
> *3ème étape :* La valeur de P_{bruit}, est égale à celle de l'aire, en V^2.

❖ A retenir : influence de la bande passante du système

> ⚠ Pour augmenter la qualité du système, c'est-à-dire **diminuer le bruit** et **augmenter le rapport signal sur bruit**, une solution consiste à **diminuer la bande passante** de ce système.

Chapitre 05 - Ce qu'il faut savoir :

- Connaître la différence entre énergie et puissance.
- Comprendre la différence entre la puissance instantanée et la puissance moyenne/active d'un signal
- Connaître les conventions récepteur et générateur.
- Comprendre la différence entre les termes « convention » et « comportement »
- Pour des signaux sinusoïdaux, connaître la formule liant la puissance active à la valeur efficace de la tension , la valeur efficace de l'intensité et le déphasage de u/i.
- Connaître la formule liant la puissance active à la valeur efficace du signal de la tension pour un conducteur ohmique
- Connaître la formule liant la puissance active à l'amplitude des harmoniques
- Connaitre la formule permettant de calculer la valeur efficace d'un signal périodique à partir de son spectre en amplitude.
- Connaitre la formule permettant de déterminer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique à l'aide d'un spectre en amplitude.
- Connaitre les propriétés du logarithme décimal dont $\log(10^n) = n$
- Savoir que $\log(x) = a \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^a$
- Connaitre la formule liant niveau de puissance et puissance active.
- Savoir que l'unité dBm permet de visualiser les raies de faible amplitude sur un spectre
- Différencier bruits et parasites.
- Connaitre la formule de SNR et SNR_{dB}
- Connaitre la définition de la puissance moyenne normalisée et son unité.

Chapitre 05 - Ce qu'il faut savoir-faire :

- Savoir calculer une puissance à partir d'une variation d'énergie et réciproquement.
- Savoir appliquer la formule liant la puissance active à la valeur efficace du signal
- Savoir appliquer la formule liant la puissance active à l'amplitude des harmoniques
- Savoir calculer un pourcentage pour les puissances actives.
- Savoir utiliser la fonction logarithme décimal (sans calculette pour les nombres simples)
- Savoir utiliser une échelle linéaire, logarithmique et en log X.
- Savoir calculer un niveau de puissance $en\ dBm$ à partir d'une puissance moyenne et réciproquement
- Savoir calculer la valeur efficace d'un signal périodique.
- Savoir calculer la valeur efficace de la composante alternative d'un signal périodique.
- Savoir calculer un rapport signal sur bruit en dB et connaître l'évolution de ce rapport.
- Savoir déterminer la puissance moyenne normalisée d'un bruit blanc à partir du graphe de sa densité spectrale de puissance.
- Savoir déterminer la valeur efficace d'un bruit blanc à partir du graphe de la racine carrée de la densité spectrale de puissance.
- Savoir identifier le type de bruit présent grâce à un graphe.