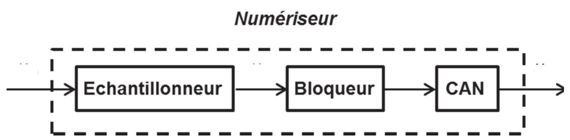
Chapitre 06

# Numérisation d'une tension

*Capacités exigibles :*

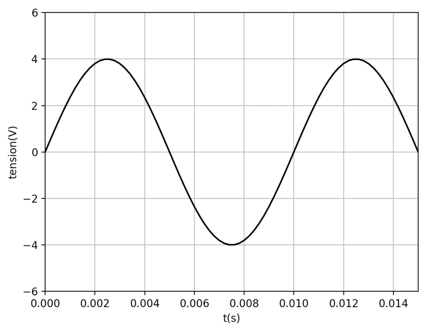
- Maîtriser, connaître et savoir démontrer la condition de Shannon
- Savoir interpréter/exploiter le spectre d'un signal échantillonné
- Connaître la fonction blocage (ER uniquement)
- Connaître l'utilité du filtre anti-repliement et savoir déterminer sa fréquence de coupure
- Connaître et savoir utiliser la relation entre la résolution (nombre de bits) et le quantum d'un convertisseur analogique numérique (CAN)
- Savoir choisir un convertisseur analogique numérique (CAN) (résolution, pleine échelle, temps de conversion)
- Connaître la définition de la profondeur mémoire d'un système de numérisation
- *Mettre en œuvre un convertisseur analogique numérique (CAN) et relever la caractéristique de transfert, la pleine échelle, le temps de conversion et la fréquence d'échantillonnage*




Les systèmes étudiés en début de ce chapitre, sont les échantillonneurs (+ bloqueurs) et les convertisseurs analogique-numérique (C.A.N)

## I. Les différents types de signaux :

### A. Les signaux analogiques :

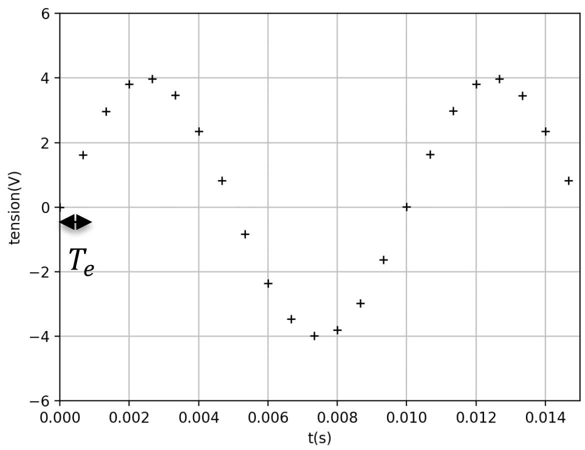



Un signal **analogique**, représentant une grandeur mesurée, est une fonction continue du temps.

Toutes les valeurs de $t$ (abscisses) sont permises.

A chaque instant, toutes les valeurs de cette grandeur (ordonnées) sont permises.

### B. Les signaux échantillonnés :




Un signal **échantillonné** est une fonction qui n'est définie qu'à certains instants (multiples de la période d'échantillonnage, notée $T_e$).

Toutes les valeurs de $t$ (abscisses) ne sont pas permises.

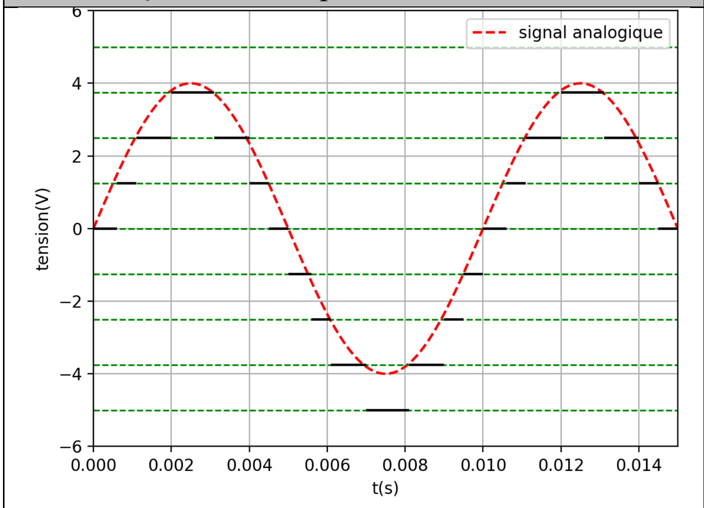
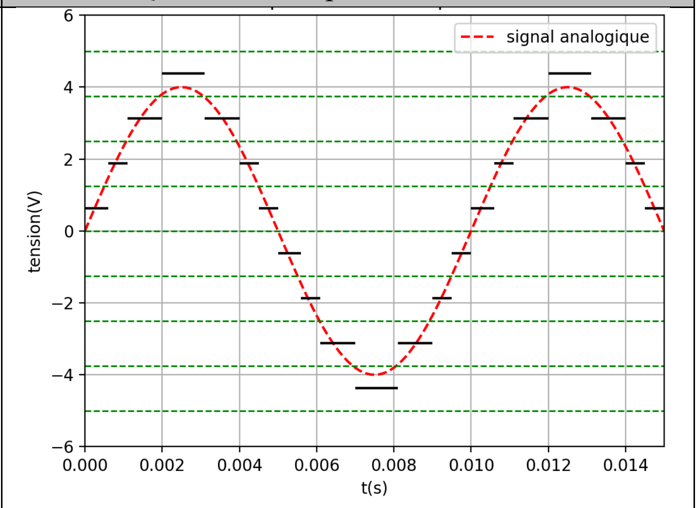
A chaque instant, toutes les valeurs de cette grandeur (ordonnées) sont permises.

## C. Les signaux quantifiés :

Un signal **quantifié** est un signal dont la valeur de la grandeur (ordonnée) ne peut prendre qu'un nombre discret de valeurs

Toutes les valeurs de $t$ (abscisses) sont permises.

Toutes les valeurs de cette grandeur (ordonnées) ne sont pas permises.

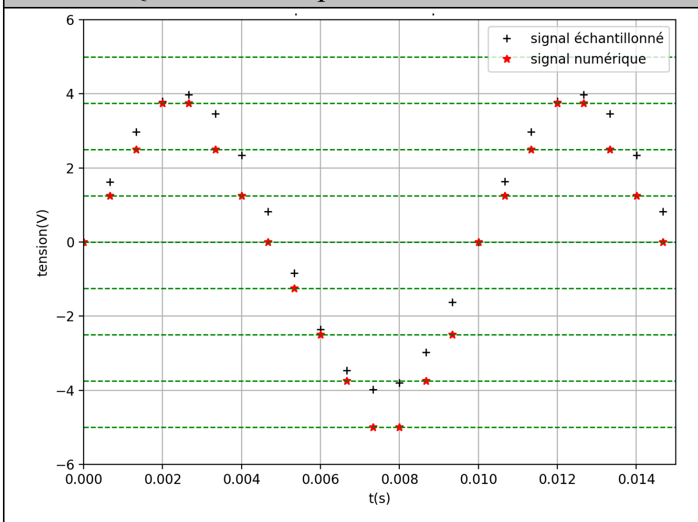
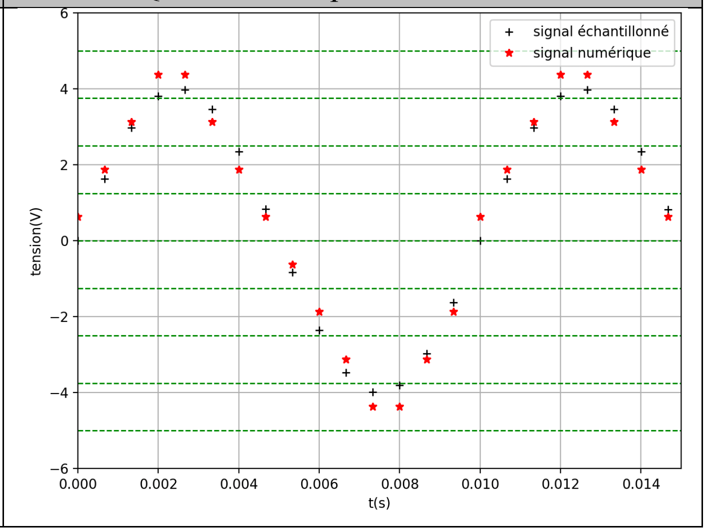
| Quantification par valeur inférieure | Quantification par valeur centrale |
|---|---|
|  |  |

## D. Les signaux numériques :

Un signal **numérique** est un signal échantillonné et quantifié.

Toutes les valeurs de $t$ (abscisses) ne sont pas permises.

Toutes les valeurs de cette grandeur (ordonnées) ne sont pas permises.

| Quantification par valeur inférieure | Quantification par valeur centrale |
|---|---|
|  |  |

## II. Grandeurs caractéristiques des systèmes échantillonneurs :

**L'ensemble des notions liées à l'échantillonnage sont explicitées dans la vidéo suivante :**
**« Apprendre à échantillonner correctement un signal analogique »**

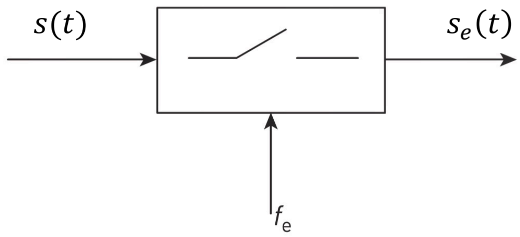
### ❖ Le système « échantillonneur » simple :

*Notation pour la suite du chapitre :*

$s(t)$ : signal analogique
$s_e(t)$ : signal échantillonné
$f_e$ : fréquence d'échantillonnage

L'échantillonnage simple consiste à représenter un signal analogique $s(t)$ par un ensemble de valeurs discrètes $s(nT_e)$ avec $n$ entier et $T_e$ constant appelé *période d'échantillonnage*.

Cette opération est réalisée par un circuit appelé « préleveur ou échantillonneur » symbolisé souvent par un interrupteur.




Représentation symbolique d'un échantillonneur

### ❖ Fréquence et période d'échantillonnage :

La période d'échantillonnage $T_e$ est l'intervalle de temps entre deux valeurs prélevées sur le signal analogique.
La fréquence d'échantillonnage $f_e$ correspond donc au nombre de valeurs prélevées par seconde.

$$f_e = \frac{1}{T_e}$$

$f_e$ : fréquence d'échantillonnage, dont l'unité est le Hertz.
$T_e$ : période d'échantillonnage, dont l'unité est la seconde.

### ❖ Profondeur de mémoire d'un numériseur :

Chaque système numériseur (intégrant un système échantillonneur) possède une grandeur caractéristique nommée « profondeur de mémoire » : elle correspond au nombre total d'échantillons que peut contenir sa mémoire tampon. Elle est notée $N_{tot}$

$$N_{tot} = \frac{\Delta t}{T_e} \qquad \textit{ou encore} \qquad N_{tot} = \Delta t \times f_e$$

$\Delta t$ : durée totale d'acquisition du numériseur (en seconde)
$T_e$ : période d'échantillonnage, dont l'unité est la seconde.

### ❖ Nombre moyen d'échantillons par motif (si le signal analogique est périodique) :

Pour un signal $s(t)$ analogique périodique de fréquence $f$ (et de période $T$), le nombre moyen $N$ d'échantillons (ou points) par motif est alors :

$$N = \frac{f_e}{f} \text{ ou encore } N = \frac{T}{T_e}$$

$N$: nombre moyen d'échantillons par motif, sans unité
$f_e$ : fréquence d'échantillonnage, en hertz
$f$: fréquence du signal étudié (fréquence du fondamental), en hertz

<u>*A retenir :*</u>
Une trop grande fréquence d'échantillonnage $f_e$ par rapport à $f$ engendre un très grand nombre $N$ d'échantillons par motif (du signal analogique périodique). Le signal échantillonné se rapproche alors de plus en plus du signal analogique, ce qui peut sembler une « bonne chose » mais :

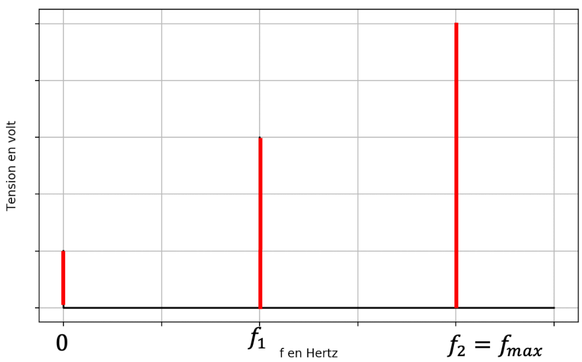
- il faut alors que le convertisseur analogique numérique (qui code en binaire les échantillons) soit très rapide,
- le poids en octet de l'information sera très important.

## III. <u>Comment échantillonner correctement un signal analogique ?</u>

### A. <u>Échantillonnage d'un signal périodique dont le spectre est limité en fréquence :</u>

Dans ce paragraphe, on étudie l'échantillonnage d'un signal analogique dont la représentation fréquentielle possède des harmoniques compris entre 0 $Hz$ et une fréquence maximale, notée $f_{max}$ .

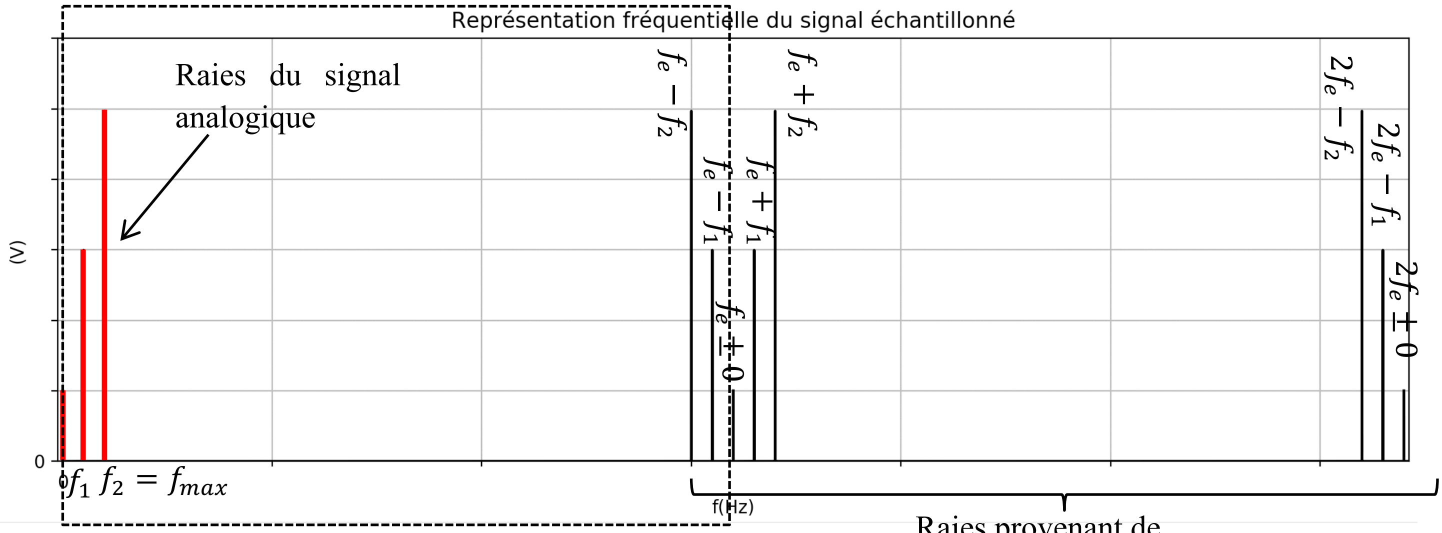
⚠ $f_{max}$ est la fréquence de l'harmonique de plus haut rang du signal analogique périodique, ayant une amplitude non nulle.




Soit un signal $s(t)$ périodique analogique, de fréquence $f_1$ dont la représentation fréquentielle est donnée ci-contre.

Pour ce signal périodique de fréquence $f_1$, la fréquence maximale contenue dans son spectre est $f_{max} = f_2$.

La représentation fréquentielle du signal échantillonné correctement, issu de ce signal analogique périodique a l'allure suivante :




Motif fréquentiel du spectre du signal échantillonné.

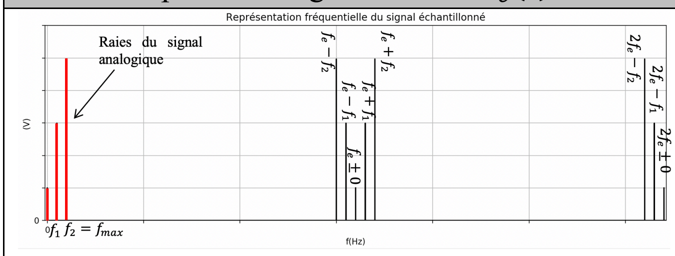
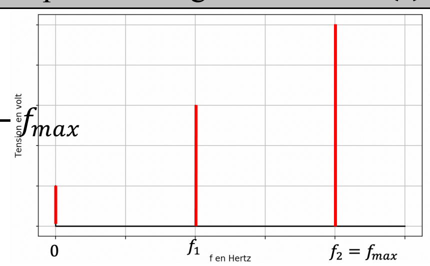
Raies provenant de l'échantillonnage

### ❖ Échantillonnage du signal périodique : à savoir appliquer

> ⚠ L'échantillonnage a pour effet de créer de nouvelles raies sur le spectre du signal : un motif de raies apparait nommé « motif fréquentiel ».
>
> Pour un signal **périodique**, chaque harmonique de fréquence $f_n$ et d'amplitude $A_n$ , sous l'effet de l'échantillonnage, engendre une infinité de raies de même amplitude, dont les abscisses sont :
>
> $$k \times f_e \pm f_n \text{ avec } k \in \mathbb{N}^*$$

## B. <u>Condition de réversibilité de l'échantillonnage du signal analogique périodique :</u>

> Un échantillonnage est réalisé correctement s'il est réversible.
> Pour restituer le signal analogique périodique d'origine à partir du signal échantillonné correctement, on utilise un système passe-bas dont la fréquence de coupure $f_c$ est comprise entre $f_{max}$ $et$ $f_e - f_{max}$.

| Spectre du signal d'entrée $s_e(t)$ | Système | Spectre du signal de sortie $s(t)$ |
|---|---|---|
|  | Filtre passe-bas<br>$f_{max} < f_c < f_e - f_{max}$ |  |

Il faut que le domaine des fréquences des raies provenant de l'échantillonnage ne vienne pas empiéter sur le domaine des fréquences du signal analogique.

**L'échantillonnage est une opération réversible si et seulement si :**

$$f_e - f_{max} \geq f_{max}$$

$$\Leftrightarrow f_e \geq 2 \times f_{max}$$

Cette condition énonce une propriété que doit respecter la fréquence d'échantillonnage $f_e$, afin de réaliser un **échantillonnage correct** du signal analogique.

- **Condition de Shannon : à connaitre par cœur**

On souhaite échantillonner un signal périodique analogique dont la représentation fréquentielle possède des harmoniques compris entre $0\ Hz$ et une fréquence maximale, notée $f_{max}$ .
L'échantillonnage de ce signal est réalisé correctement si la fréquence d'échantillonnage $f_e$ est supérieure (ou égale) au double de la fréquence maximale $f_{max}$ :

$$\text{échantillonnage correct} \Leftrightarrow \text{opération réversible} \Leftrightarrow f_e \geq 2 \times f_{max}$$

$f_e$ : fréquence d'échantillonnage, en hertz
$f_{max}$ : fréquence de l'harmonique de plus haut rang du signal, ayant une amplitude non nulle, en hertz

Si la condition de Shannon n'est pas respectée ($f_e < 2f_{max}$), on observe un **repliement du spectre**.
Si la condition de Shannon n'est pas respectée, un système passe-bas ne permet plus de restituer le signal analogique d'origine, à partir du signal échantillonnée (non correctement).

### C. Échantillonnage d'un signal analogique : filtre anti-repliement

- **Problème ?**

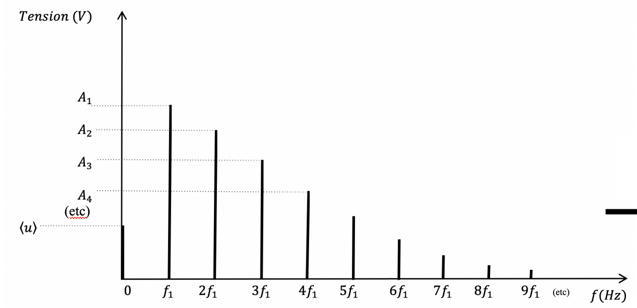
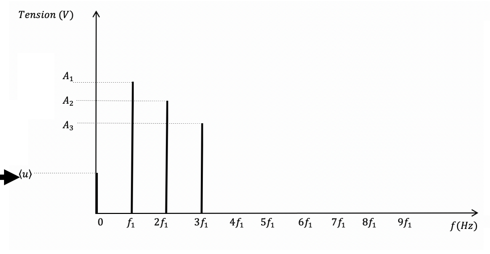
De nombreux signaux analogiques (triangulaire, carré ou non-périodique) possèdent une représentation fréquentielle présentant une infinité de raies dont les fréquences tendent vers l'infini.
Il n'y a donc pas de $f_{max}$ pour la plupart des signaux : il semble donc impossible d'échantillonner correctement ce type de signaux. La condition de Shannon ne pourra jamais être respectée pour ce type de signaux.

- **Solution !**

Pour pouvoir échantillonner correctement un signal ne possédant pas une fréquence maximale $f_{max}$ , on utilise **un filtre « anti-repliement »**. Il a pour rôle d'éliminer les raies du signal dont la fréquence est supérieure à la fréquence maximale $f_{max}$ qu'on envisage d'échantillonner.

**Ce filtre anti-repliement est donc un filtre passe-bas, de fréquence de coupure $f_C$ .**

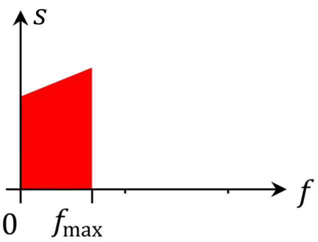
*<u>Cas d'un signal analogique périodique :</u>*

| Spectre du signal d'entrée | Système | Spectre du signal de sortie |
|---|---|---|
|  | Filtre passe-bas $f_c$ |  |

Ici, $f_c$ est comprise entre $3f_1$ $et$ $4f_1$ : la fréquence maximale du signal devient alors $f_{max} = 3f_1$

*<u>Cas d'un signal analogique non périodique :</u>*
Le spectre étant continu, la fréquence maximale $f_{max}$ du signal (après filtrage) correspond à la fréquence de coupure $f_c$ .

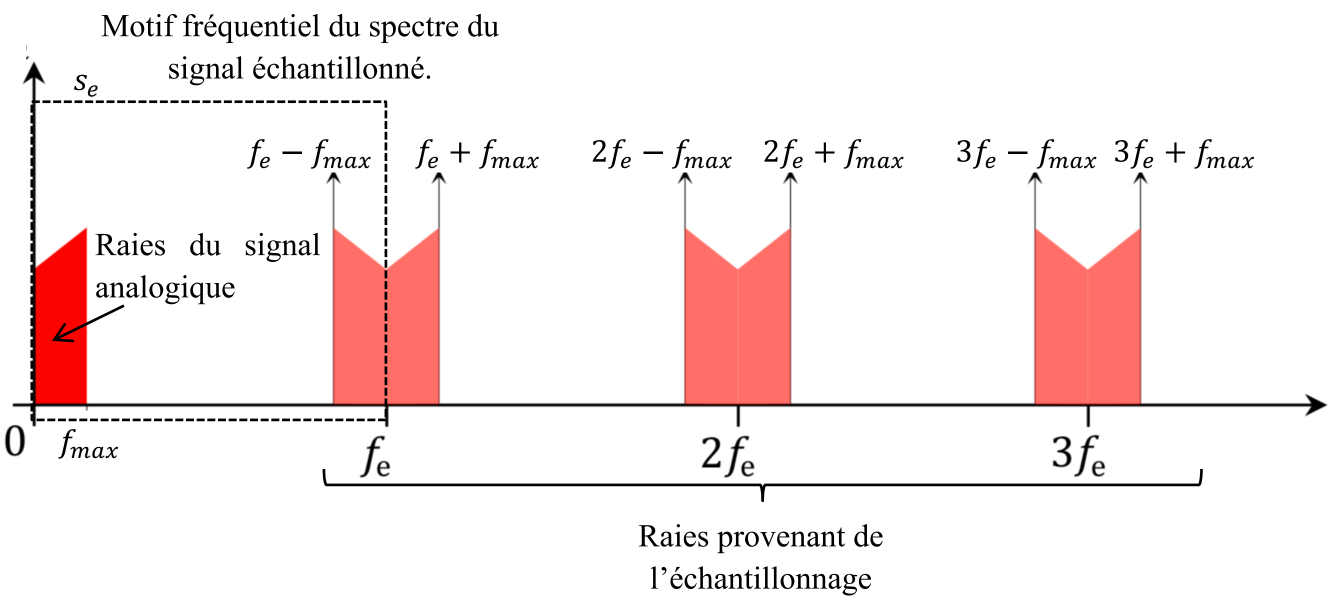
D. <u>Signal non périodique dont le spectre est limité en fréquence :</u>




On étudie un signal analogique $s(t)$ **non périodique** dont la représentation fréquentielle possède une continuité de raies comprises entre 0 $Hz$ et une fréquence maximale, notée $f_{max}$ .

La représentation fréquentielle du signal $s(t)$ est donnée ci-contre.

La représentation fréquentielle du signal échantillonnée a l'allure suivante :



### ❖ Échantillonnage du signal non périodique :

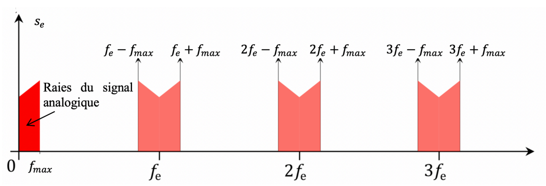
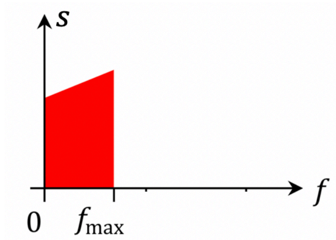
> L'échantillonnage a pour effet de créer de nouvelles raies sur le spectre du signal : un motif de raies apparait nommé « motif fréquentiel ».
>
> Pour un signal **non périodique**, chaque raie de fréquence $f$ et d'amplitude $A$ , sous l'effet de l'échantillonnage, engendre une infinité de raies de même amplitude, dont les abscisses sont :
>
> $$k \times f_e \pm f \text{ avec } k \in \mathbb{N}^*$$

### ❖ Condition de réversibilité de l'échantillonnage du signal analogique non périodique :

Pour réaliser un échantillonnage correct, il faut éviter le **repliement du spectre**. Il faut que le domaine des fréquences des raies provenant de l'échantillonnage ne vienne pas empiéter sur le domaine des fréquences du signal analogique.

*1[er] cas – la condition de Shannon a été respectée : $f_e \geq 2f_{max}$*

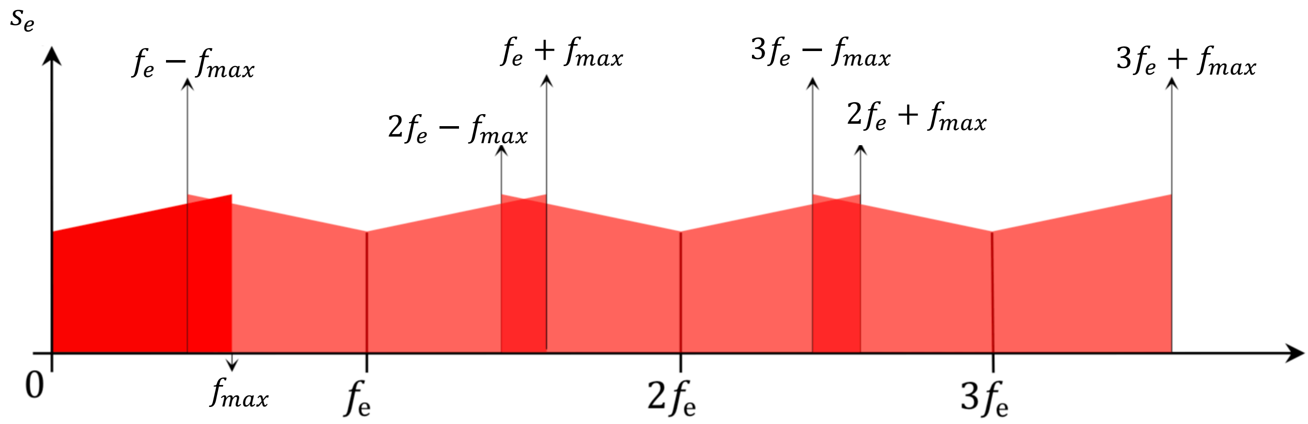
Pour restituer le signal analogique non périodique d'origine à partir du signal échantillonné, on utilise un système passe-bas dont la fréquence de coupure est comprise entre $f_{max}$ et $f_e - f_{max}$.

| Spectre du signal d'entrée $s_e(t)$ | Système | Spectre du signal de sortie $s(t)$ |
|---|---|---|
|  | Filtre passe-bas<br>$f_{max} < f_c < f_e - f_{max}$ |  |

L'échantillonnage est ici une opération réversible : le signal a alors été correctement échantillonné.

*2[ème] cas – la condition de Shannon n'a pas été respectée : $f_e < 2f_{max}$*

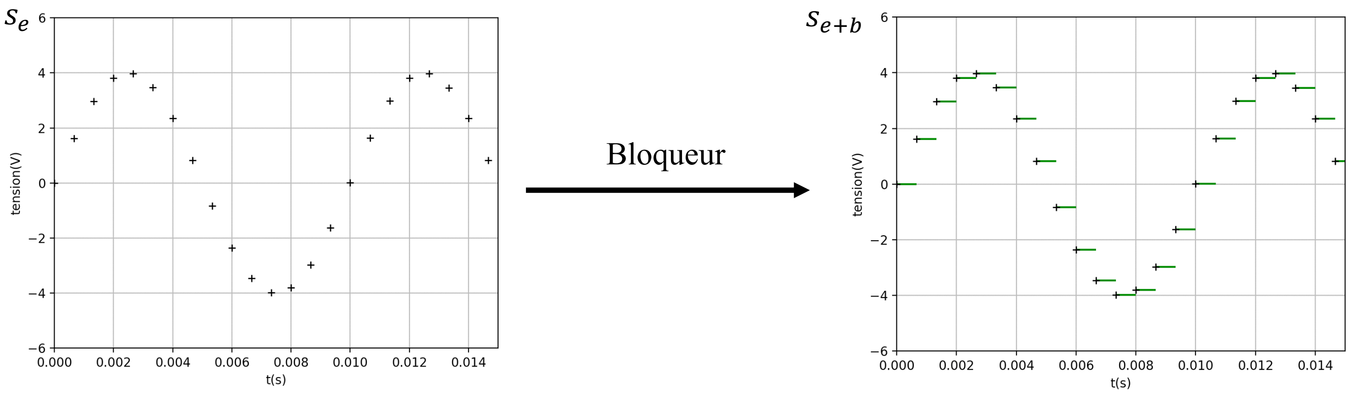
La représentation fréquentielle du signal échantillonnée a l'allure suivante :



L'utilisation d'un filtre passe-bas ne permet plus la restitution du spectre du signal analogique : l'échantillonnage n'est plus réversible. Le signal n'a pas été correctement échantillonné.
On observe un **repliement du spectre :** les raies issues de l'échantillonnage se superposent à celles du signal analogique initial.

## IV. Le système « bloqueur » :

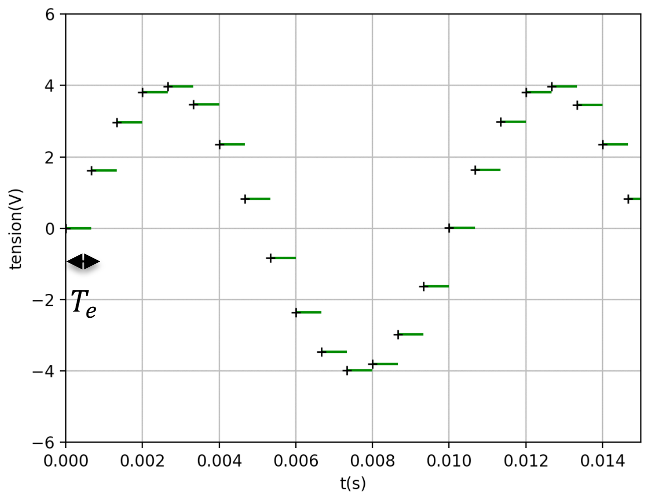
*Exemple pour un signal sinusoïdal alternatif :*




### ❖ Intérêt de ce système :

Une fois échantillonné, le signal doit-être codé par le convertisseur analogique-numérique.
**Cette opération n'est en pratique réalisable que si le signal échantillonné est maintenu constant jusqu'au prochain échantillon.**
On utilise pour cela un système « bloqueur » (ou « sample and hold » en anglais) qui transforme le signal échantillonné en un signal échantillonné et bloqué.

### ❖ Cas particulier du signal échantillonné et bloqué :




Un signal **échantillonné bloqué** est un signal échantillonné dont on maintient la valeur de la grandeur (ordonnée) constante en attendant le prochain échantillon.

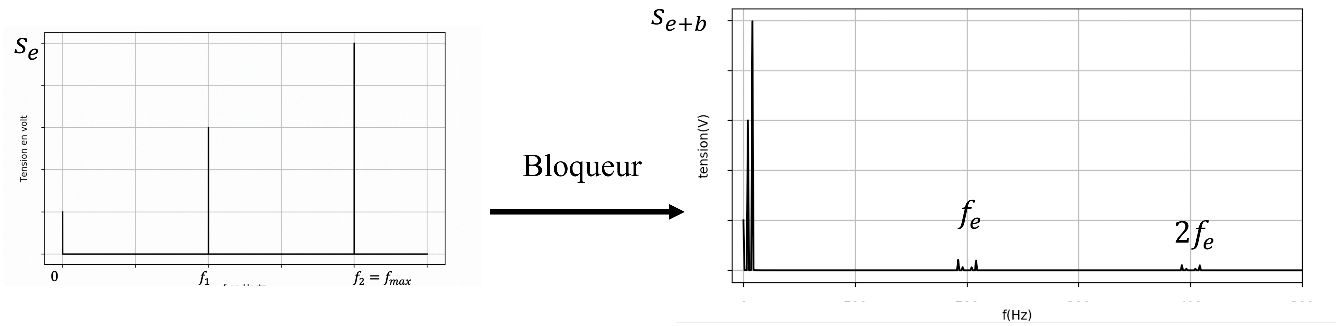
Toutes les valeurs de $t$ (abscisses) sont permises.

A chaque instant, toutes les valeurs de cette grandeur (ordonnées) sont permises.

Un signal échantillonné et bloqué est donc un signal analogique.

### ❖ Représentation fréquentielle du signal échantillonné et bloqué :

*Exemple pour un signal périodique :*

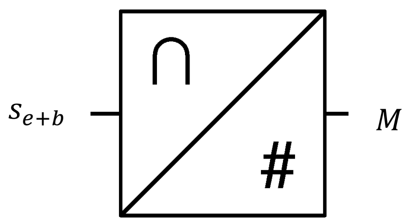



Le signal échantillonné et bloqué contient des raies dont les abscisses sont $k \times f_e \pm f_n$ avec $k \in \mathbb{N}^*$ et $n \in \mathbb{N}^*$
La représentation fréquentielle de $s_{e+b}$ est identique à celle de $s_e$ pour les fréquences des raies, mais l'amplitude de chacune des raies n'est plus la même (atténuation en sinus cardinal)

## V. Numériser une tension : les systèmes « convertisseur analogique-numérique »

**L'ensemble des notions liées à l'échantillonnage sont explicitées dans la vidéo suivante :**
**« Quantifier et coder les échantillons provenant d'un signal analogique »**

### A. Représentation symbolique et résolution d'un convertisseur analogique-numérique :




La représentation symbolique d'un convertisseur analogique-numérique (CAN) est donnée ci-contre.

Le signal échantillonné et bloqué est envoyé en entrée. Le CAN réalise la quantification du signal et fournit en sortie son codage en binaire. On obtient donc un nombre binaire $M$ en sortie.

Le nombre binaire M en sortie est codé sur $n$ bits.

### ❖ Résolution d'un CAN :

On appelle $n$, la **résolution du CAN**, qui correspond au nombre de $bits$ du nombre binaire M, en sortie du CAN.
Son unité est donc le $bit$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

### ❖ Durée de la conversion analogique-numérique :

La durée entre deux échantillons doit donc être suffisamment grande pour que le convertisseur analogique-numérique puisse coder chaque échantillon.

Afin que l'opération de numérisation se déroule sans perte d'échantillons, il faut que $T_e$ soit supérieure à la durée de la conversion analogique-numérique, notée ici $T_{CAN}$.

$$T_e > T_{CAN}$$

## B. Tension pleine échelle d'un CAN :

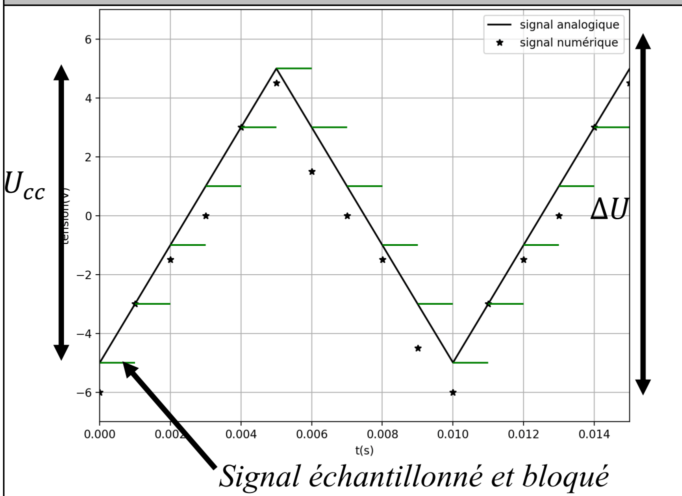
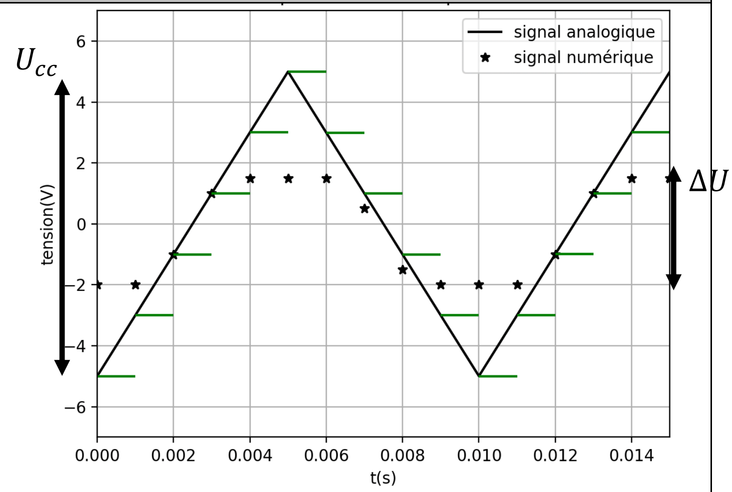
### ❖ Définition de la tension pleine échelle : à connaitre par cœur

La **tension pleine échelle**, notée $\Delta U$, représente la valeur crête à crête (en entrée) que le CAN est capable de convertir. Son unité est le volt.

$$\Delta U = U_{CAN,max} - U_{CAN,min}$$

$U_{CAN,min}$ : valeur minimale (en volt) que le CAN est capable de détecter.
$U_{CAN,max}$ : valeur maximale (en volt) que le CAN est capable de détecter.

### ❖ Critère permettant d'éviter la saturation du CAN :

<table>
<tr><th>Premier cas $\Delta U \geq U_{cc}$</th><th>Deuxième cas $\Delta U < U_{cc}$</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Toutes les valeurs échantillonnées et bloquées peuvent être quantifiées correctement.</td><td>Les valeurs échantillonnées et bloquées situées en dehors de $\Delta U$ sont « tronquées » :<br>il y a saturation du CAN</td></tr>
</table>

Afin de pouvoir convertir correctement l'intégralité du signal et d'éviter la saturation du CAN, il faut que :

$$\Delta U \geq U_{cc}$$

$\Delta U$ : tension pleine échelle du CAN, en volt
$U_{cc}$ : valeur crête à crête du signal, en volt

⚠ Il ne faut pas confondre la valeur crête à crête du signal $U_{cc}$ (caractéristique du signal) et la tension pleine échelle $\Delta U$ du CAN (caractéristique du convertisseur).

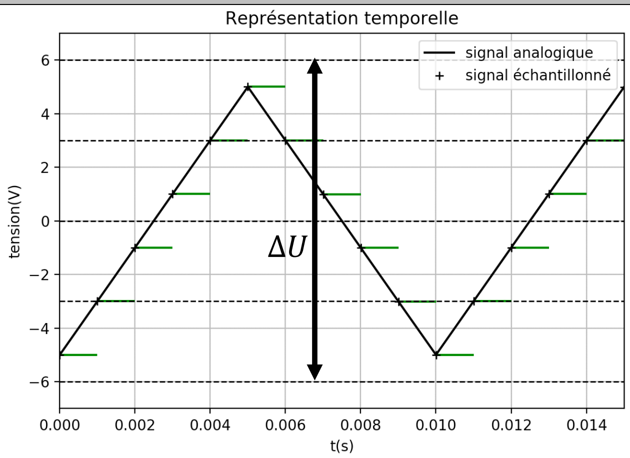
## C. Quantification des valeurs du signal :

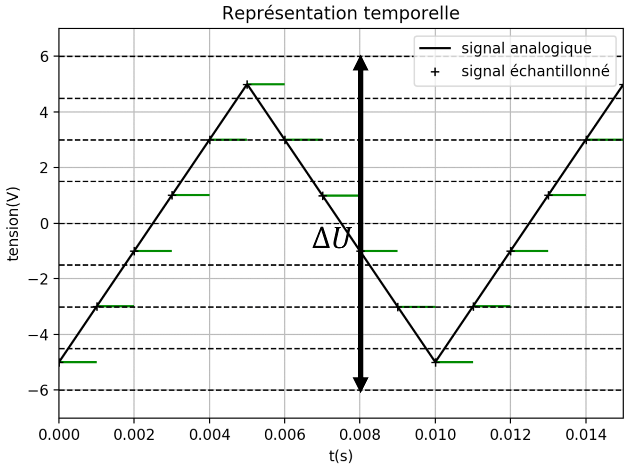
*Principe de la discrétisation des valeurs du signal :*

Les échantillons prélevés sur le signal analogique peuvent prendre une infinité de valeurs (en volt). Il faudrait utiliser un nombre infini de bits pour coder chaque valeur, ce qui n'est pas possible. Seules quelques valeurs sont « autorisées ».

| |
|---|
| L'opération de quantification consiste à coder les échantillons à l'aide d'un ensemble de combinaisons binaires.<br>Un convertisseur analogique-numérique de $n$ bits peut fournir $2^n$ nombres binaires différents.<br>La tension pleine échelle $\Delta U$ (sur l'axe des ordonnées) du CAN est donc « virtuellement » découpée en $2^n$ parties identiques. |

*Exemples :* $\Delta U = 12\ V\ entre\ -6{,}0\ V\ et\ 6{,}0\ V$

<table>
<tr><th>$n = 2$</th><th>$n = 3$</th></tr>
<tr><td>


</td><td>


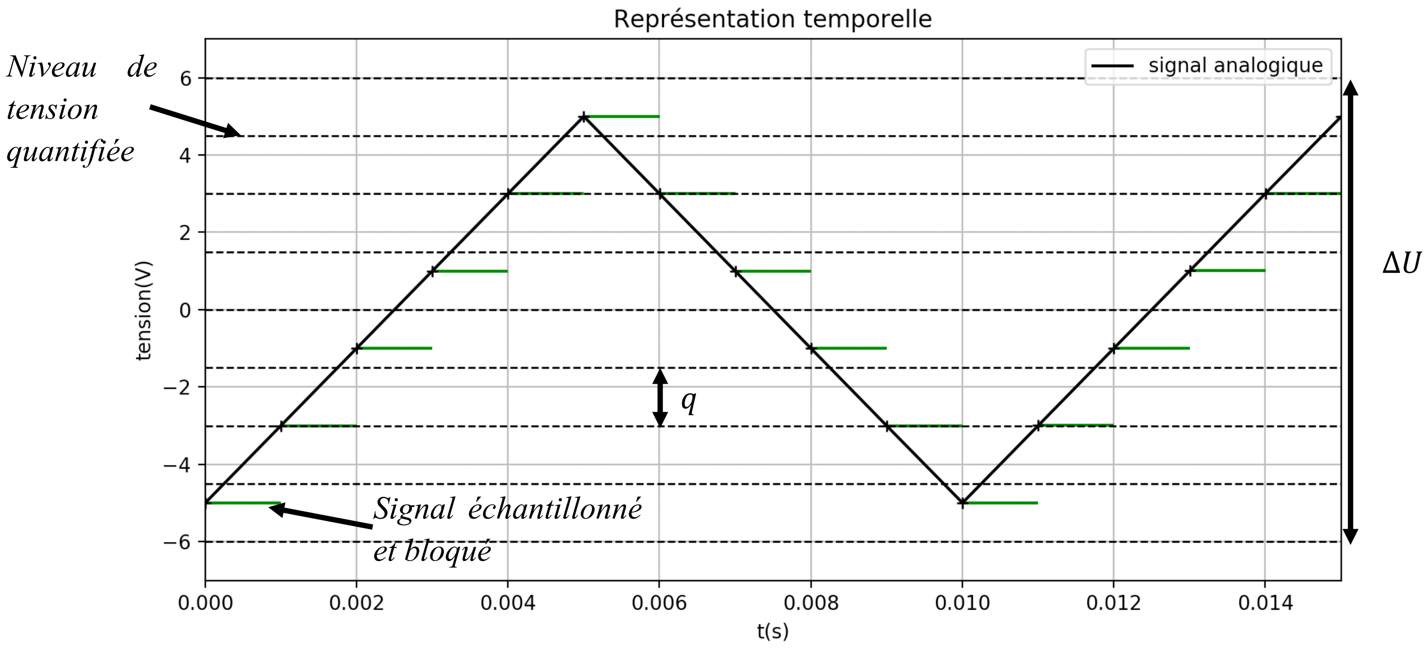
</td></tr>
<tr><td>On découpe l'intervalle de tension $[-6{,}0\,;6{,}0]$ en $2^n = 2^2 = 4$ parties identiques.</td><td>On découpe l'intervalle de tension $[-6{,}0\,;6{,}0]$ en $2^n = 2^3 = 8$ parties identiques.</td></tr>
</table>

| |
|---|
| Chaque niveau (en pointillé sur les graphes précédents) séparant les parties identiques est appelé, niveau de tension quantifiée. |

### ❖ Pas de quantification d'un CAN : à connaitre par cœur

| |
|---|
| La différence de tension entre deux niveaux successifs de tension quantifiée, est appelée le **pas de quantification** du CAN (ou quantum), noté $q$ et son unité est le volt :<br>$$q = \frac{\Delta U}{2^n}$$<br>$q$ : pas de quantification (ou quantum), en volt<br>$\Delta U$ : tension pleine échelle du convertisseur, en volt<br>$n$ : résolution du CAN, en $bits$. |

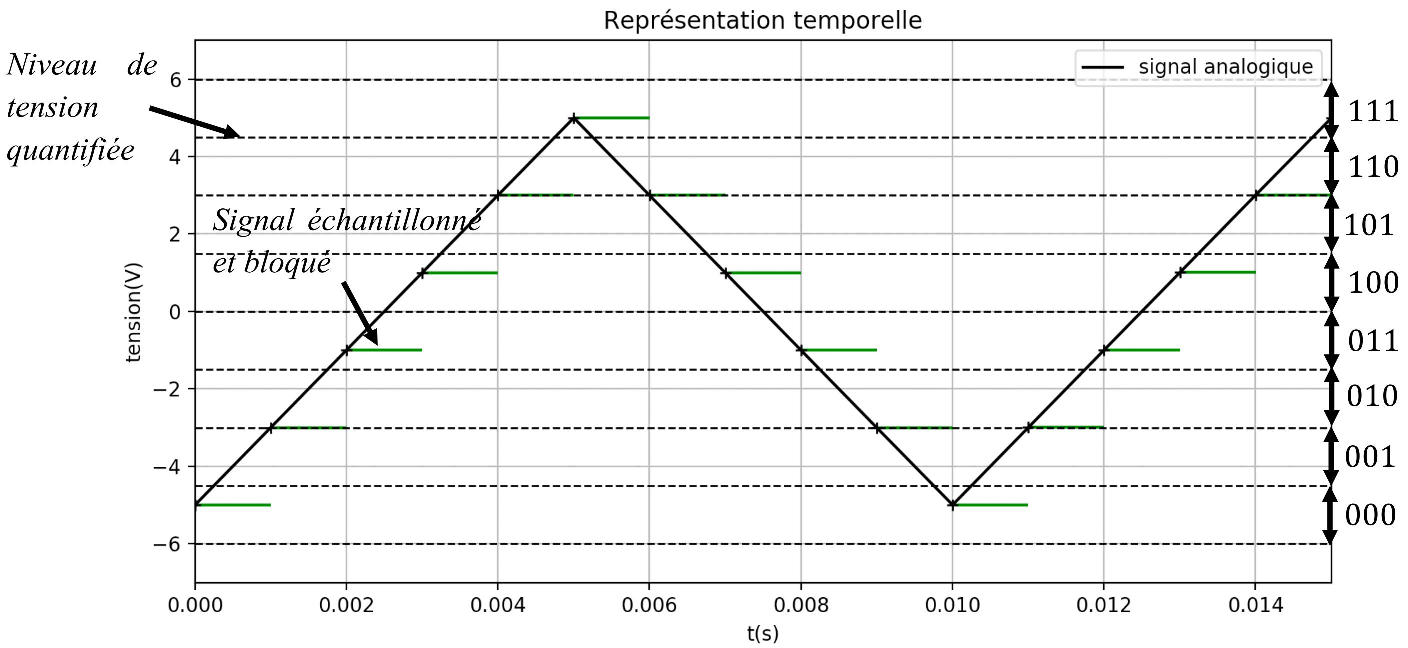
*Cas d'un CAN ayant n=3 bits :*




D. Codage des échantillons en binaire sur $n$ bits :

On associe à chaque intervalle entre deux niveaux de tension quantifiée, un nombre binaire composé de $n$ bits. Le plus petit nombre binaire est associé à l'intervalle dont les niveaux de tension ont les valeurs les plus faibles.

*Cas d'un CAN ayant n=3 bits :*




Ici, le premier échantillon du signal analogique a pour valeur $-5{,}0\ V$ , est codé en $000_{(2)}$. Le nombre binaire en sortie de ce CAN est donc $000_{(2)}$ , correspondant au nombre décimal $M = 0_{(10)}$ . Pour résumé, $-5{,}0\ V\ devient\ 0_{(10)}\ ou\ encore\ 000_{(2)}$

| | |
|---|---|
| ⚠ | Tous les échantillons d'un même intervalle (entre deux niveaux de tension quantifiée) se voient donc attribuer le même nombre binaire.<br><br>Cette opération est donc non réversible : la perte d'information qui découle de la quantification du signal n'est pas « récupérable » (contrairement à l'échantillonnage s'il est effectué correctement). |

## E. Comment déterminer rapidement le nombre binaire (ou décimal) en sortie d'un CAN ?

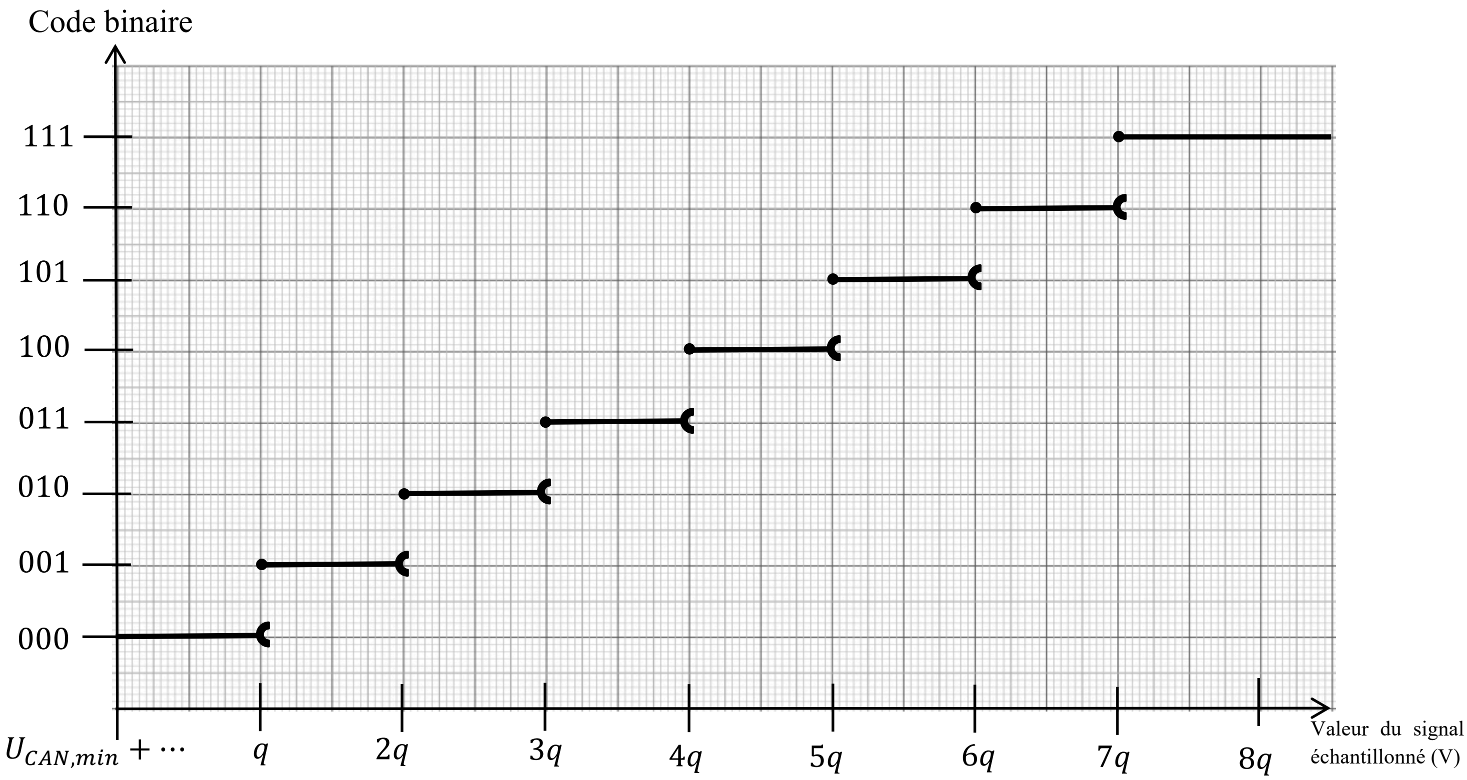
Dans un exercice, vous aurez rarement la représentation temporelle du signal analogique. De plus, si $n$ est grand, les tracés précédents peuvent devenir très vite, laborieux.

Il existe deux méthodes « rapides » permettant de connaitre le nombre binaire en sortie d'un CAN :
- l'utilisation de la caractéristique de transfert idéale du CAN, si l'exercice vous la fournit
- l'application d'une formule (voir ci-dessous)

### ❖ Première méthode : la caractéristique de transfert idéale d'un CAN

La caractéristique de transfert idéale d'un CAN permet de connaître rapidement le nombre binaire en sortie si l'on connaît la valeur échantillonnée du signal analogique.

*Cas d'un CAN ayant n=3 bits :*




Il faut chercher en abscisse la valeur échantillonnée du signal puis déterminer graphiquement, l'ordonnée correspondant à cette abscisse. On obtient $\boldsymbol{M_{(2)}}$ que l'on peut convertir en base $\mathbf{10}$.

### ❖ Deuxième méthode : nombre décimal en sortie d'un CAN

Le nombre décimal $M_{(10)}$ en sortie d'un CAN peut se déterminer ainsi :

$$M_{(10)} \text{ est l'entier inférieur de } X = \frac{s_e - U_{CAN,min}}{q}$$

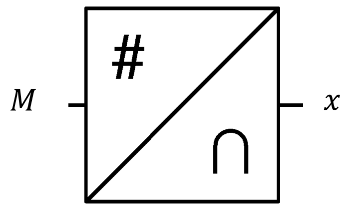
$s_e$: valeur du signal échantillonné ($V$)
$U_{CAN,min}$: valeur minimale que le CAN est capable de coder ($V$)
$q$ : pas de quantification ($V$)

Si on cherche le nombre binaire en sortie, il suffit d'effectuer la conversion décimal-binaire pour $M_{(10)}$.

La plus grande valeur possible pour $M_{(10)}$ est $2^n - 1$.

VI. Restitution du signal analogique : conversion numérique-analogique

A. Le convertisseur numérique-analogique :




Représentation symbolique du convertisseur numérique-analogique (CNA)

Dans la chaine de traitement de l'information, le convertisseur numérique-analogique (CNA) reçoit les données numériques sous forme d'un nombre binaire, noté $M$, de $n$ bits et leurs faits correspondre une valeur de tension en sortie.

$x$: signal à la sortie du CNA

Afin de restituer le signal analogique le plus fidèlement, le CNA possède la même tension pleine échelle, la même résolution $n$ que le CAN (en début de chaîne) et travaille au rythme d'une horloge, de période $T_e$.

### ❖ Pas de quantification d'un CNA : à connaitre par cœur

Le **pas de quantification** d'un CNA (ou quantum) est noté $q$ et son unité est le volt :

$$q = \frac{\Delta U}{2^n - 1}$$

$q$ : pas de quantification (ou quantum), en volt
$\Delta U$ : tension pleine échelle du convertisseur, en volt
$n$ : résolution du CNA, en $bits$.

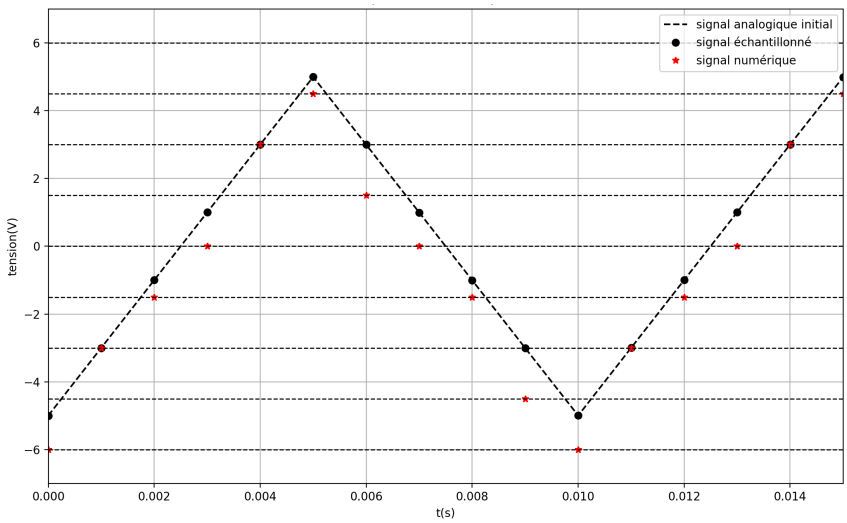
## B. Règles de quantification :

Le système CNA associe à chaque nombre binaire en entrée, une valeur approchée et discrète.

### ❖ Quantification par valeur inférieure :

Un CNA peut procéder par valeur inférieure : chaque nombre binaire codé sur $n$ bits se voit attribuer la valeur de la tension quantifiée, juste inférieure.

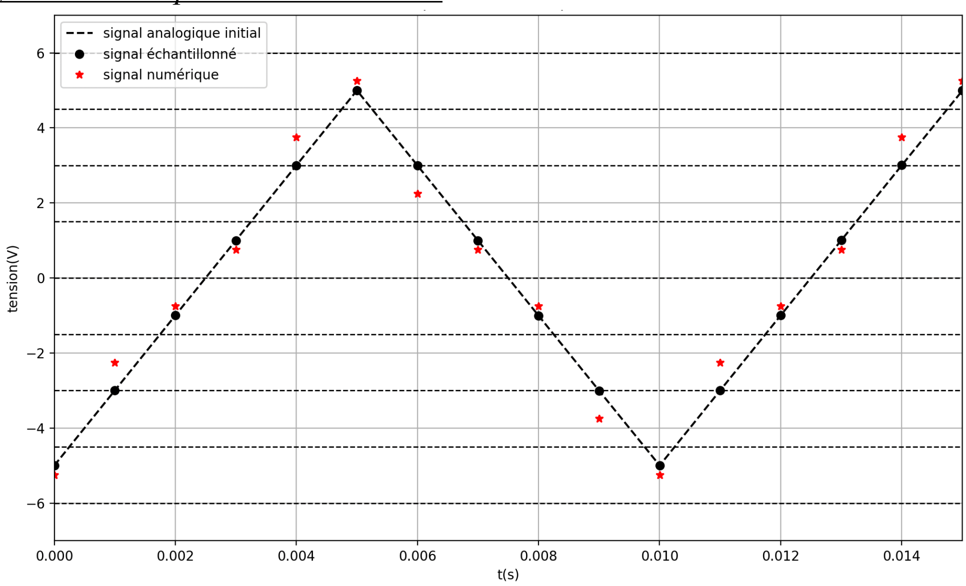
*Cas d'un CNA ayant n=3 bits par valeur inférieure :*




### ❖ Quantification par valeur centrale :

Un CNA peut procéder par valeur centrale : chaque nombre binaire codé sur $n$ bits se voit attribuer la valeur centrale (moyenne) des deux niveaux quantifiés l'encadrant.

*Cas d'un CNA ayant n=3 bits par valeur centrale :*




Le signal $x$ à la sortie du CNA est donc un signal numérique.

## C. Comment déterminer la valeur quantifiée attribuée à un nombre binaire $M_{(2)}$ ?

La valeur quantifiée $x$ attribuée à un nombre binaire $M_{(2)}$ (entrant dans le CNA) peut se déterminer ainsi :

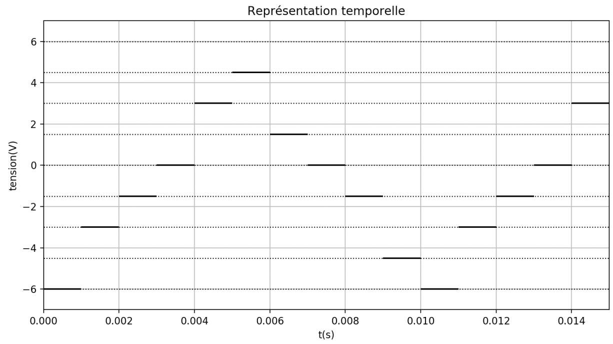
$$x = U_{CNA,min} + M_{(10)} \times q, \text{ pour un CNA par valeur inférieure}$$

$$x = U_{CNA,min} + M_{(10)} \times q + \frac{q}{2}, \text{ pour un CNA par valeur centrale}$$

$x$ : valeur quantifiée du signal $(V)$
$U_{CNA,min}$: valeur minimale que le CNA est capable de fournir $(V)$
$q$ : pas de quantification du CNA $(V)$
$M_{(10)}$ : nombre décimal en sortie du CNA

## D. Restitution d'un signal analogique :

### ❖ Blocage du signal numérique :



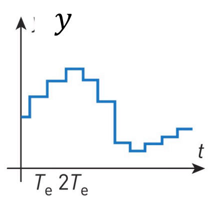
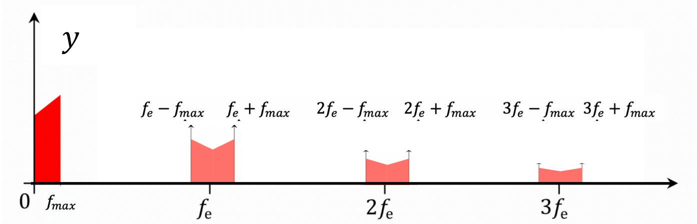
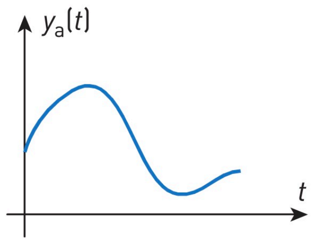
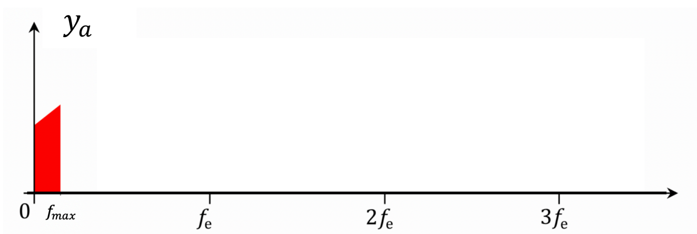

Allure de $y(t)$

Le signal numérique $x$ est envoyé sur un système bloqueur. Le chronogramme du signal $y(t)$ en sortie du bloqueur est donné ci-contre (pour un CNA par valeur inférieure).

Le signal $y(t)$ en sortie du bloqueur est donc un signal quantifié.

### ❖ Filtrage du signal quantifié :

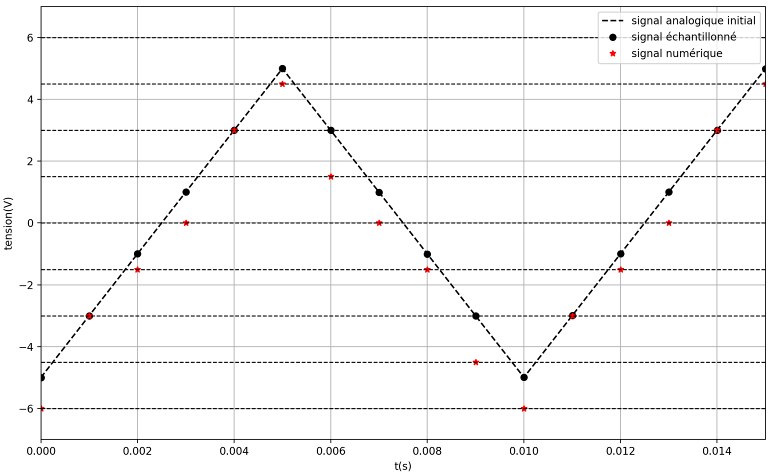
Afin de lisser le signal $y$ , on utilise un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_c$ comprise entre $f_{max}$ et $f_e - f_{max}$.

| | Représentation temporelle | Représentation fréquentielle |
|---|---|---|
| Signal d'entrée $y$ du filtre de lissage |  |  |
| Signal de sortie $y_a$ du filtre de lissage |  |  |

Le spectre du signal $y_a(t)$ ne contient donc plus que des composantes issues du signal analogique $s(t)$ d'origine.

## VII. Rapport signal sur bruit lors d'une numérisation/restitution :

### A. Origine du bruit lors d'une conversion analogique-numérique-analogique :




*Exemple pour quantification par valeur inférieure*

Lors de la quantification par niveaux sur $n\ bits$, on observe que les valeurs échantillonnées (et bloquées) du signal ne correspondent pas, en général, aux valeurs restituées en sortie du CNA (celles du signal numérique).

Cette erreur (entre la valeur échantillonnée et la valeur quantifiée) engendre un bruit, nommé bruit de quantification.

### B. Erreur de quantification :

Lors de la quantification d'un signal échantillonné, un signal d'erreur apparait dû à la différence entre la valeur échantillonnée et la valeur quantifiée.

L'écart entre ces deux valeurs est nommé « erreur de quantification ». Son unité est celle de la valeur représentant le signal (en général, le volt). On définit l'erreur de quantification, notée *b* :

$$b = s_e - x$$

$x$ : valeur quantifiée $(V)$

$s_e$: valeur échantillonnée $(V)$

❖ **Pour un CAN à quantification par valeur inférieure :**

On approche la valeur de l'échantillon par la valeur quantifiée en dessous : $s_e \geq x$

$$0 \leq b < q$$

❖ **Pour un CAN à quantification par valeur centrale :**

On approche la valeur de l'échantillon par la valeur moyenne des deux niveaux l'encadrant :

$$-\frac{q}{2} \leq b < \frac{q}{2}$$

### C. Rapport signal sur bruit :

L'erreur due à la quantification du signal échantillonné entraine la création d'un bruit, appelé bruit de quantification, qui se superpose au signal (que l'on souhaite coder).

Pour un **CNA procédant par valeur centrale**, ayant un **signal analogique triangulaire alternatif** en entrée, dont la tension pleine échelle a la même valeur que la valeur crête à crête du signal, le rapport signal sur bruit peut se calculer ainsi :

$$SNR_{dB} = 6 \times n$$

$n$: résolution du CAN (nombre de bits du codage)

L'augmentation d'une unité de la résolution $n$ du CAN entraine une augmentation de 6 $dB$ du rapport signal sur bruit.

*Chapitre 06 - ce qu'il faut savoir :*

- Connaitre les définitions d'un signal analogique, échantillonné, échantillonné et bloqué, quantifié, numérique.
- Connaitre la condition de Shannon
- Connaitre la formule liant la durée totale d'acquisition et la profondeur de mémoire
- Connaître le rôle d'un échantillonneur bloqueur.
- Justifier le rôle du filtre anti-repliement
- Connaitre les représentations symboliques d'un CAN et d'un CNA.
- Connaitre la formule du quantum pour le CAN en fonction de la pleine échelle et de la résolution
- Définir l'erreur de quantification et le rapport signal sur bruit de quantification.
- Justifier le rôle du filtre de lissage à la sortie d'un C.N.A

*Chapitre 06 - ce qu'il faut savoir-faire :*

- Savoir utiliser la condition de Shannon pour choisir une fréquence d'échantillonnage
- Savoir démonter la condition de Shannon
- Calculer le nombre d'échantillons par motif pour un signal périodique.
- Savoir calculer la durée totale d'acquisition en lien avec la profondeur de mémoire
- Savoir tracer le spectre d'un signal échantillonné
- Différencier ce qui relève du signal analogique d'origine de ce qui relève de l'échantillonnage.
- Déterminer la fréquence de coupure d'un filtre anti-repliement à partir d'un spectre.
- Calculer le pas de quantification d'un CAN ou d'un CNA
- Déterminer le nombre en sortie d'un C.A.N pour une tension donnée à partir de la formule adéquate.
- Déterminer le nombre en sortie d'un C.A.N pour une tension donnée à partir de la caractéristique de transfert d'un C.A.N
- Déterminer la tension quantifiée de sortie d'un C.N.A pour un nombre binaire donné (par valeur centrale ou valeur inférieure)
- Déterminer la fréquence de coupure d'un filtre de lissage à la sortie d'un C.N.A
- Calculer le rapport signal sur bruit de quantification.