Chapitre 07 – Impédances électriques. Adaptation d'impédances.

# Activités et applications.

## ❖ Approximation des régimes quasi-stationnaires : domaine de validité en régime sinusoïdal forcé

L'approximation des régimes quasi-stationnaires consiste à dire que, l'intensité du courant est la même en tout point d'une branche de circuit.

Une variation d'intensité se propage à une vitesse proche de celle de la lumière dans le vide (notée $c$ et égale à $c = 3{,}00 \times 10^8 m/s$), dans un fil de cuivre.

1. Pour un circuit électrique de l'ordre de grandeur d'un mètre $L = 1{,}00\ m$, calculer la durée de propagation notée $\Delta t$, d'une variation d'intensité :

Il faut donc environ $\Delta t \sim 10^{-9} s$ à la variation de l'intensité pour se propager dans un circuit d'un mètre.

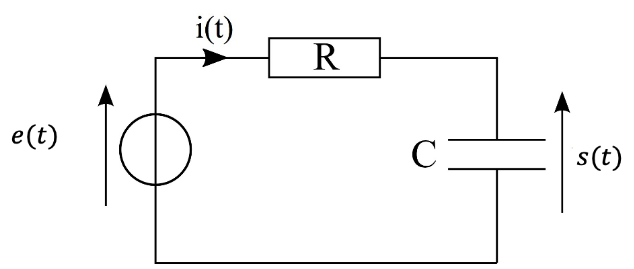
2. On souhaite avoir, en deux points d'un circuit en série, la même valeur d'intensité à un instant donné : comparer $T$ ( la période du signal d'entrée) à la durée de propagation $\Delta t$ pour que ce souhait soit réalisé.

Si la période $T$ du GBF (et donc, de l'intensité dans le circuit) est inférieure à la durée de la propagation $\Delta t$, la valeur de l'intensité en un point du circuit, varie donc plus « vite » qu'elle ne se propage dans le circuit.
La conséquence serait qu'en deux points du circuit en série, nous n'aurions plus la même valeur d'intensité à un instant donné.
Il faut donc que :

$$T \gg \Delta t$$
$$T \gg 10^{-9} s$$

3. En déduire la valeur maximale de la fréquence du signal d'entrée (pour un circuit d'un mètre) :

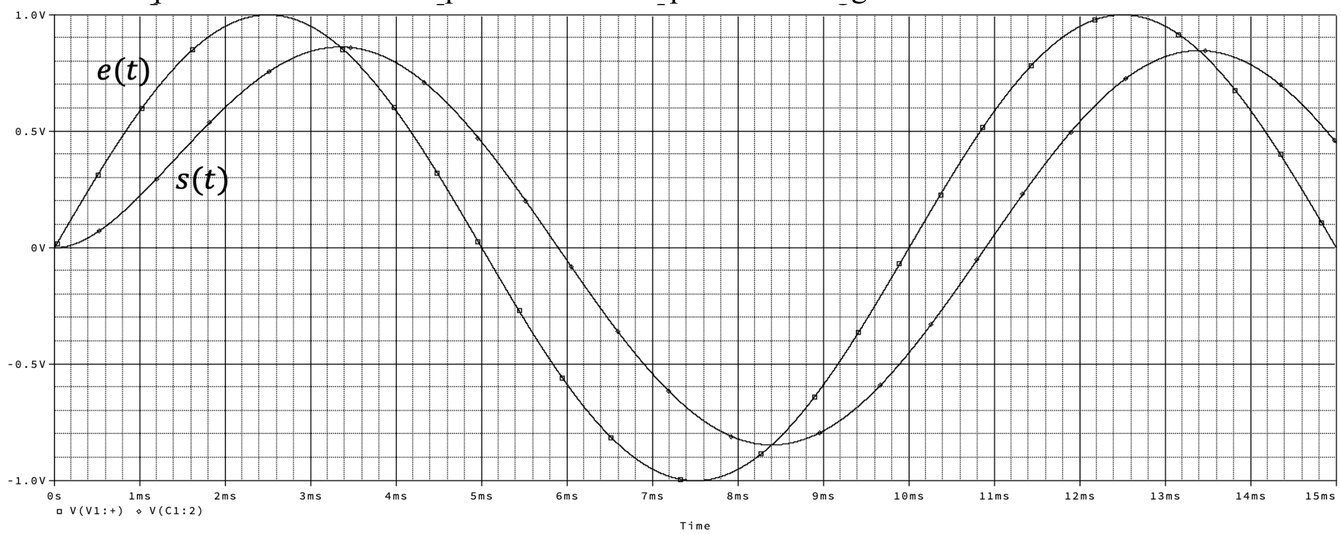
## ❖ Étude du dipôle condensateur :




On place dans un circuit en série, un GBF qui impose un signal d'entrée sinusoïdal alternatif de fréquence $f = 100\ Hz$, et d'amplitude $E = 1{,}0\ V$.

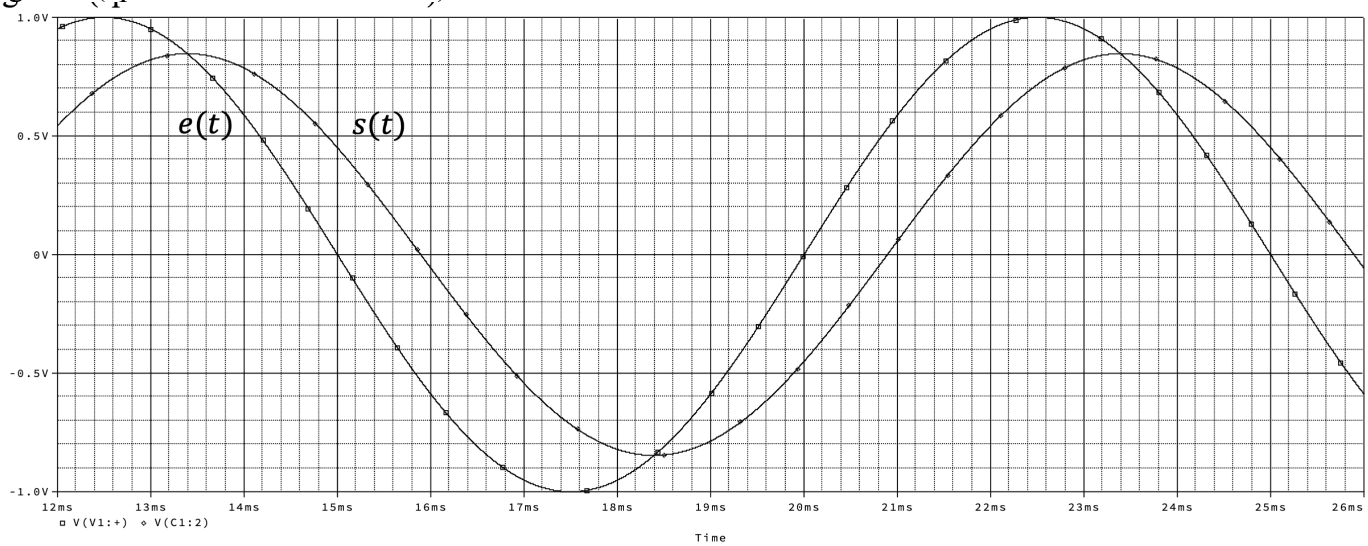
Le condensateur a une capacité $C = 1\ \mu$F et le conducteur ohmique a une résistance $R = 1\ k\Omega$ .

On obtient expérimentalement les représentations temporelles des signaux :




4. Que remarque-t-on sur la forme du motif de la tension aux bornes du condensateur au début de l'expérience ? Comment appelle-t-on ce régime ? Quelle est sa durée caractéristique ?

Une fois le régime transitoire terminé, on obtient expérimentalement les représentations temporelles des signaux (après une durée de 10 $ms$) :




5. Le signal de sortie possède-t-il alors le même motif que le signal d'entrée ? Comment appelle-t-on ce régime ?

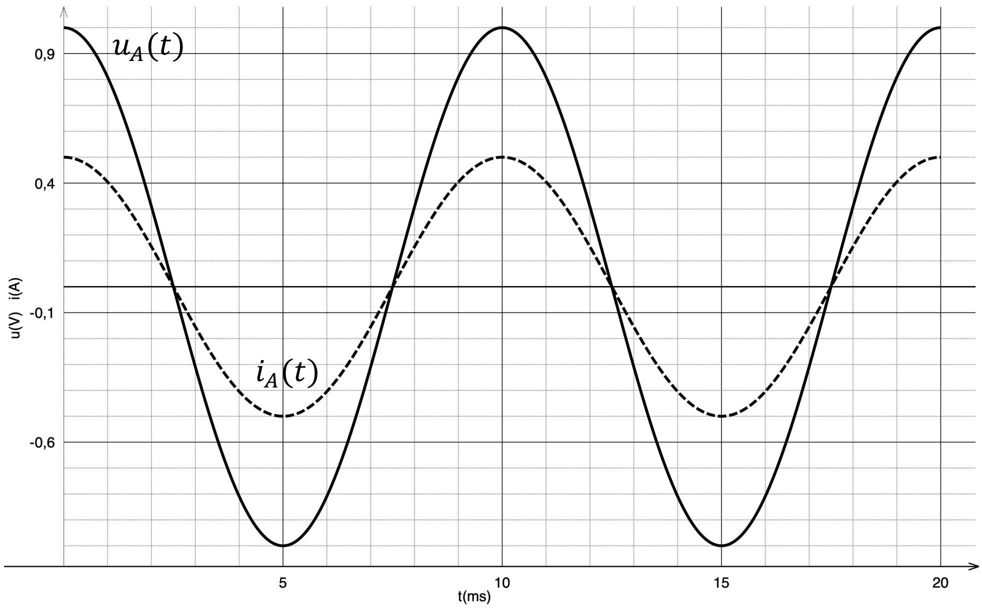
*Notation des nombres complexes en Physique :*

Soit le nombre complexe $\underline{z}$

| Forme algébrique | Forme trigonométrique |
|---|---|
| $a + j\,b$ est appelé la forme algébrique du nombre complexe.<br><br>$a$ est appelé la partie réelle du nombre complexe: on note $a = Re\,(\underline{z})$<br><br>$b$ est appelé la partie imaginaire du nombre complexe : on note $b = Im\,(\underline{z})$<br><br>$j$ est tel que $j^2 = -1$ et $\frac{1}{j} = -j$ | $\lvert\underline{z}\rvert e^{j\alpha}$ est appelé la forme trigonométrique du nombre complexe.<br><br>$\lvert\underline{z}\rvert$ est appelé le module du nombre complexe.<br><br>$\alpha$ est appelé l'argument du nombre complexe avec $\arg(\underline{z}) = \alpha$<br><br>On a :<br>$\lvert\underline{z}\rvert = z = \sqrt{a^2 + b^2}$ |

❖ **Signaux réels et complexes :**

*Dipôle A :*



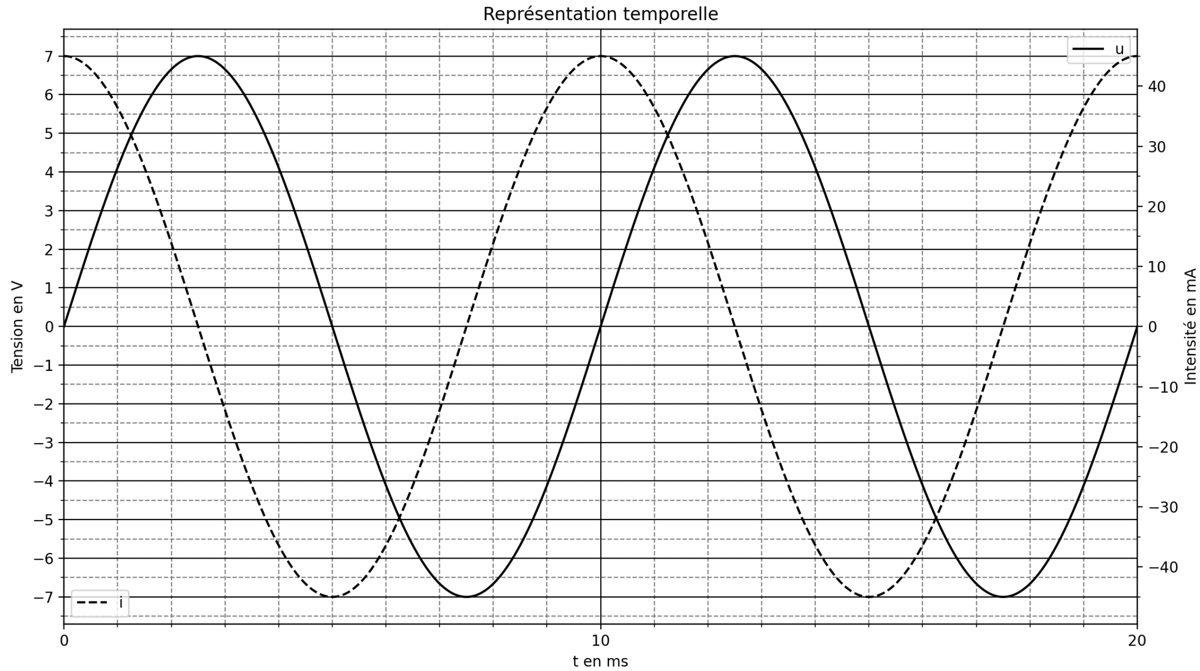

6. A l'aide des chronogrammes du dipôle A, déterminer les expressions temporelles réelles de $u_A$ et $i_A$ , puis les expressions temporelles complexes de $\underline{u_A}$ et $\underline{i_A}$ :

| Notation réelle | Notation complexe |
|---|---|
| | |
| | |

**On rappelle que $e^{jx} = cos(x) + j \times sin(x)$**

7. Démontrer que la partie réelle de $\underline{i_A}$ correspond à l'expression temporelle de $i_A$ :

*<u>Dipôle B :</u>*




8. A l'aide des chronogrammes du dipôle B, déterminer les expressions temporelles réelles de $u_B$ et $i_B$ , puis les expressions temporelles complexes de $\underline{u_B}$ et $\underline{i_B}$

| Notation réelle | Notation complexe |
|---|---|
| | |
| | |

9. Déterminer les valeurs numériques des grandeurs suivantes : $\frac{u_A}{i_A}$ $et$ $\frac{u_B}{i_B}$

La présence d'un déphasage entre $u_B$ $et$ $i_B$ justifie l'utilisation des complexes.

**On rappelle que $e^{j(x+y)} = e^{jx} \times e^{jy}$**

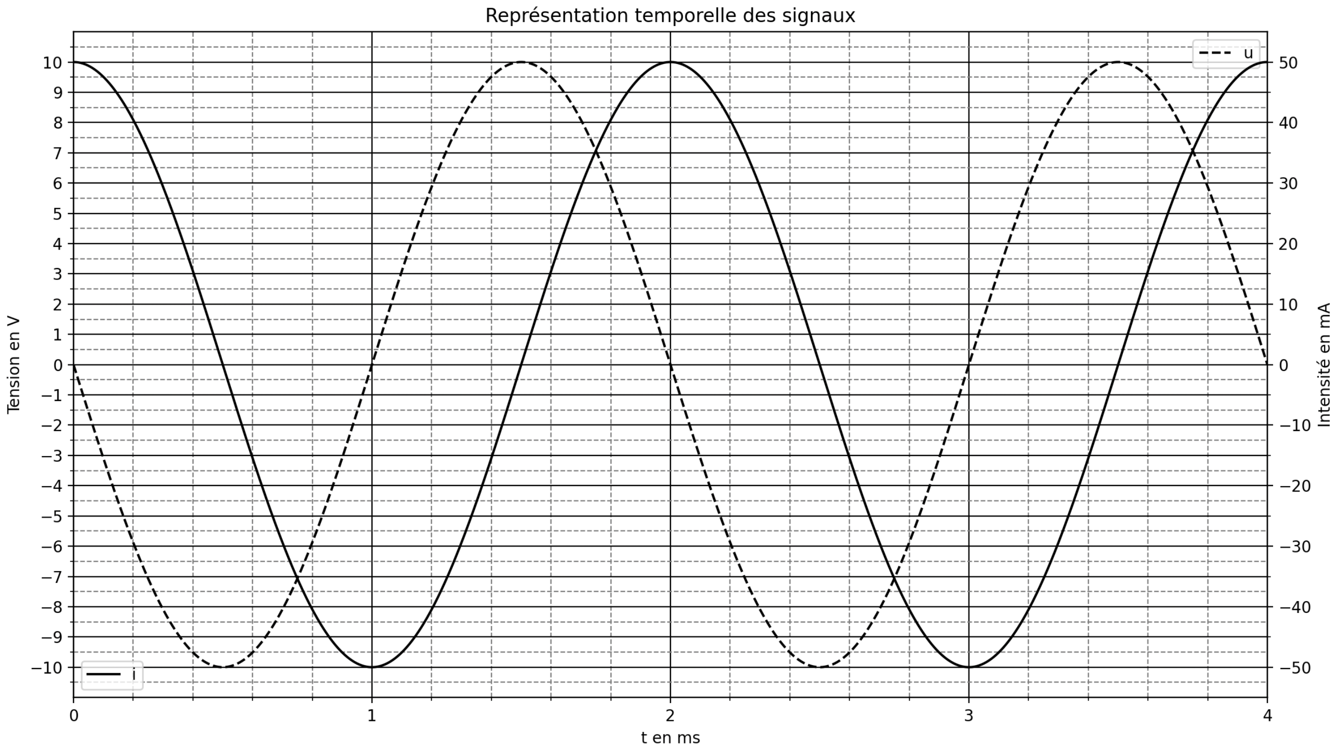
10. Déterminer les valeurs numériques des grandeurs suivantes : $\frac{\underline{u_A}}{\underline{i_A}}$ $et$ $\frac{\underline{u_B}}{\underline{i_B}}$

11. En déduire l'expression des impédances complexes $\underline{Z_A}$ et $\underline{Z_B}$ :

12. A quelle grandeur physique correspond l'argument de $\underline{Z_B}$ ? A quelle grandeur physique correspond le module de $\underline{Z_B}$ ?

*Dipôle C :*

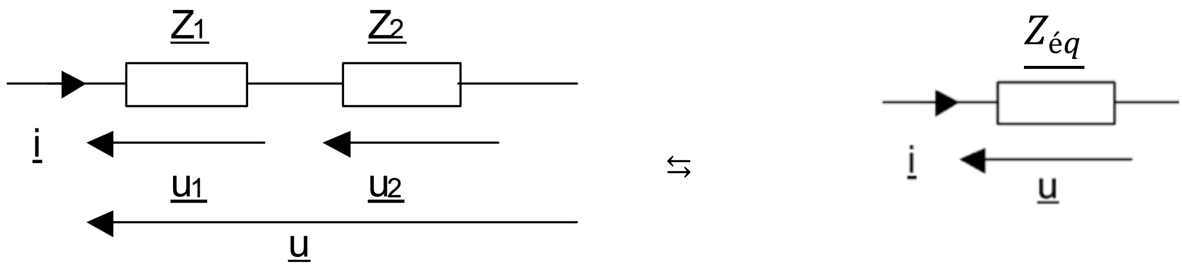
13. A l'aide des chronogrammes des signaux pour le dipôle C, déterminer l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z_C}$ :



14. A l'aide de la fiche méthode 20, identifier les dipôles A, B et C :

❖ **Association en série d'impédances complexes :**

On place deux impédances complexes $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en série. On cherche à déterminer l'impédance complexe équivalente $\underline{Z_{éq}}$ à l'ensemble de ces deux impédances :




$$\underline{u} = \underline{Z_{éq}} \times \underline{i}$$

$$\underline{u} = \underline{u_1} + \underline{u_2}$$

15. A l'aide de la loi des mailles et de lois d'Ohm généralisées, démontrer que $\underline{Z_{éq}} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}$ :

D'après la loi des mailles :

D'après la loi d'Ohm généralisée :

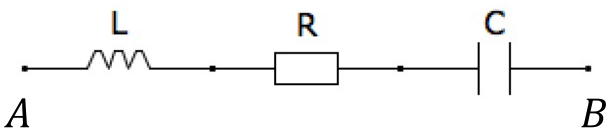
$\underline{i}$ étant le même en tout point dans un circuit en série.

On remplace alors dans (1) :

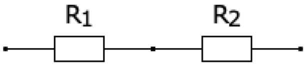
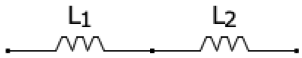
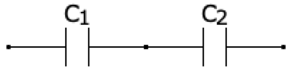
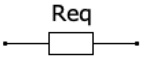
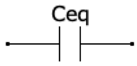
On factorise par $\underline{i}$ :

Par identification avec la formule $\underline{u} = \underline{Z_{éq}} \times \underline{i}$, on obtient alors :

16. Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z_{éq}}$ du dipôle AB suivant :

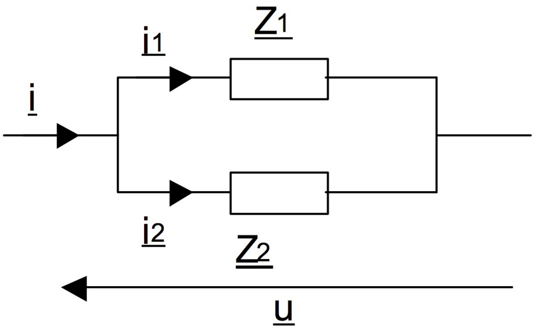


17. Compléter le tableau suivant :

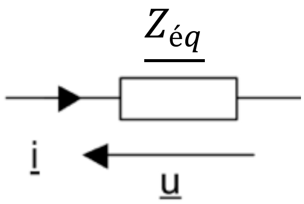
| | | | |
|---|---|---|---|
| Dipôles en série |  |  |  |
| Dipôle équivalent |  $\underline{Z_{éq}} = R_{éq}$ |  $\underline{Z_{éq}} = jL_{éq}\omega$ |  $\underline{Z_{éq}} = \frac{1}{jC_{eq}\omega}$ |
| Impédance complexe équivalente $\underline{Z_{éq}}$ | | | |
| Résistance, inductance ou capacité équivalente | | | |

❖ **Association en parallèle (ou dérivation) d'impédances complexes :**

On place deux impédances complexes $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en parallèle. On cherche à déterminer l'impédance complexe équivalente $\underline{Z_{éq}}$ à l'ensemble de ces deux impédances :




$\leftrightarrows$




$$\underline{u} = \underline{u_1} = \underline{u_2}$$

$$\underline{i} = \frac{1}{\underline{Z_{éq}}} \times \underline{u}$$

18. A l'aide de la loi des nœuds et de lois d'Ohm généralisées, démontrer que $\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}$

D'après la loi des nœuds :

$$\underline{i} = \underline{i_1} + \underline{i_2} \quad (2)$$

D'après la loi d'Ohm généralisée :

$$\underline{u} = \underline{Z_1} \times \underline{i_1} \; donc \; \underline{i_1} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z_1}}$$

$$\underline{u} = \underline{Z_2} \times \underline{i_2} \; donc \; \underline{i_2} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z_2}}$$

On remplace alors dans (2) :

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z_1}} + \frac{\underline{u}}{\underline{Z_2}}$$

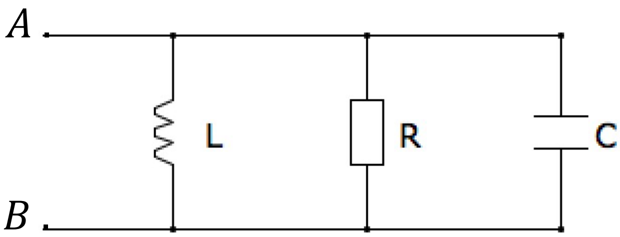
On factorise par $\underline{u}$ :

$$\underline{i} = (\frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}})\underline{u}$$

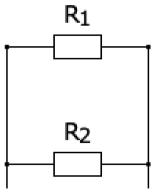
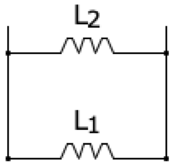
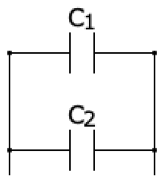
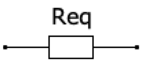
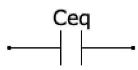
Par identification avec la formule $\underline{i} = \frac{1}{\underline{Z_{éq}}} \times \underline{u}$ , on obtient alors :

$$\frac{1}{\underline{Z_{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}$$

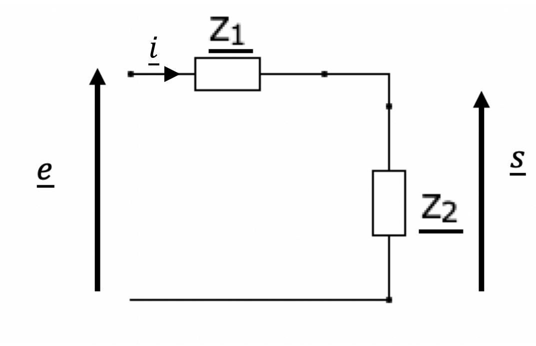
19. Déterminer l'impédance équivalente $\underline{Z_{éq}}$ de l'ensemble d'impédances suivant :




20. Compléter le tableau suivant :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Dipôles en dérivation |  |  |  |
| Dipôle équivalent | <br>$\underline{Y_{éq}} = \frac{1}{R_{éq}}$ | <br>$\underline{Y_{éq}} = \frac{1}{jL_{éq}\omega}$ | <br>$\underline{Y_{éq}} = jC_{eq}\omega$ |
| Admittance complexe équivalente $\underline{Y_{éq}}$ | $\underline{Y_{éq}} = \underline{Y_{R1}} + \underline{Y_{R2}}$<br>$\underline{Y_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ | $\underline{Y_{éq}} = \underline{Y_{L1}} + \underline{Y_{L2}}$<br>$\underline{Y_{éq}} = \frac{1}{jL_1\omega} + \frac{1}{jL_2\omega}$ | $\underline{Y_{éq}} = \underline{Y_{C1}} + \underline{Y_{C2}}$<br>$\underline{Y_{éq}} = jC_1\omega + jC_2\omega$ |
| Résistance, inductance ou capacité équivalente | $\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ | $\frac{1}{jL_{éq}\omega} = \frac{1}{jL_1\omega} + \frac{1}{jL_2\omega}$<br>$\frac{1}{L_{éq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ | $jC_{eq}\omega = jC_1\omega + jC_2\omega$<br>$C_{eq} = C_1 + C_2$ |

**❖ Formule du pont diviseur de tension : cas de deux impédances en série**




Le système est constitué de deux impédances complexes $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en série.

21. Démontrer que la tension aux bornes de l'impédance $\underline{Z_2}$ , notée $\underline{s}$, en fonction de la tension $\underline{e}$ aux bornes de l'ensemble des deux impédances a pour expression :

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}} \times \underline{e}$$

D'après la loi des mailles :

$\underline{u_1}$ : tension aux bornes de $\underline{Z_1}$, en convention récepteur

D'après la loi d'Ohm généralisée :

$\underline{i}$ étant le même en tout point dans un circuit en série.

On remplace alors dans (1) :

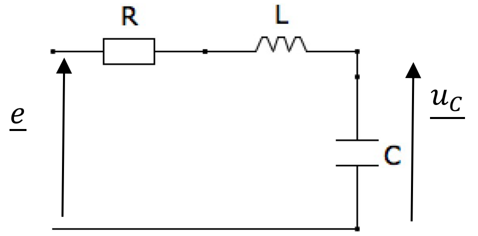
On factorise par $\underline{i}$ :

Il vient alors :

D'après la loi d'Ohm généralisée :

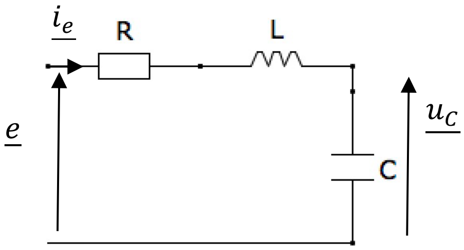
On obtient alors :

22. A l'aide d'un pont diviseur de tension, déterminer l'expression littérale de la tension $\underline{u_C}$ aux bornes du condensateur en fonction de la tension $\underline{e}$ :



### ❖ Impédance d'entrée du système RLC :

23. Déterminer l'expression de l'impédance d'entrée $\underline{Z_E}$ du système RLC :




24. Pour un signal sinusoïdal alternatif de fréquence $100\ Hz$, déterminer la valeur de l'impédance d'entrée $Z_E$ du système RLC ayant les caractéristiques suivantes $R = 10\ \Omega;\ C = 10\ nF\ et\ L = 1{,}0\ H$ :

### ❖ Adaptation d'impédances en tension :

25. Y a-t-il adaptation d'impédances en tension lorsque l'on branche le GBF Hameg aux bornes du système RLC précédent ? Justifier votre réponse.

26. Y a-t-il adaptation d'impédances en tension lorsque l'on branche le GBF Hameg aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance $R = 50\Omega$ ? Justifier votre réponse.

### ❖ Adaptation d'impédances en puissance :

27. Y a-t-il adaptation d'impédances en puissance lorsque l'on branche le GBF Hameg aux bornes du système RLC précédent (la charge est l'ensemble des dipôles en serie) ? Justifier votre réponse.

28. Y a-t-il adaptation d'impédances en puissance lorsque l'on branche le GBF Hameg aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance $R = 50\Omega$ ? Justifier votre réponse.