Chapitre 07

Impédances électriques.
Adaptations d'impédances.

Capacités exigibles :

- Savoir associer un signal sinusoïdal à sa notation complexe
- Connaître et savoir utiliser la loi d'Ohm en régime sinusoïdal, les impédances complexes d'une résistance, d'un condensateur et d'une bobine.
- Connaître les équivalences d'un condensateur et d'une bobine à très basse fréquence et à haute fréquence.
- Savoir que l'adaptation d'impédance en puissance est réalisée lorsque l'impédance de sortie du générateur est égale à l'impédance d'entrée du récepteur
- Savoir que l'adaptation d'impédance en tension est réalisée lorsque l'impédance de sortie du générateur est négligeable devant l'impédance d'entrée du récepteur
- *Déterminer expérimentalement l'impédance d'entrée d'un dipôle et son impédance de sortie*

❖ Approximation des régimes quasi-stationnaires :

L'ensemble des lois (Kirchhoff, théorème de superposition) vues dans les chapitres précédents, restent valables si le signal sinusoïdal alternatif (imposé par un GBF), de fréquence $f = \frac{1}{T}$, respecte le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

L'approximation des régimes quasi-stationnaires est valable pour un régime sinusoïdal forcé, si le temps caractéristique de sa variation (sa période T pour un signal sinusoïdal imposé par un GBF) est grand devant la durée de propagation Δt de l'intensité, dans le circuit.

$$T \gg \Delta t$$

En TP (pour des circuits de **l'ordre du mètre** en longueur), l'ARQS est une approximation valide tant que la fréquence du signal d'entrée est très inférieure à $10^9\ Hz$.

$$f \ll 10^9\ Hz$$

Dans la suite du chapitre, notre étude se fait en respectant le cadre de l'ARQS.

❖ Régime transitoire et régime sinusoïdal forcé :

Après le régime transitoire (dont la durée caractéristique est la durée de réponse à 5%), le signal tension aux bornes du dipôle étudié possède le même motif sinusoïdal que le signal délivré par le GBF : c'est le **régime sinusoïdal forcé**.

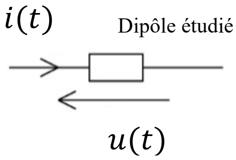
Dans la suite du chapitre, notre étude se fait en régime sinusoïdal forcé.

I. Impédance électrique complexe d'un dipôle linéaire passif :

A. Notation complexe d'un signal (tension ou intensité) :

❖ **Signaux réels :**

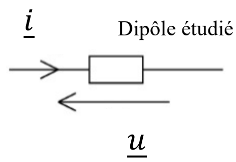
On étudie un dipôle électrique quelconque :



Signal intensité	Signal tension
L'intensité traversant un dipôle est un signal sinusoïdal alternatif :	La tension électrique aux bornes du dipôle est un signal sinusoïdal alternatif :
$i(t) = I_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t)$ $i(t) = I_m \times \cos(\omega \times t)$	$u(t) = U_m \times \cos(2 \times \pi \times f \times t + \boldsymbol{\phi})$ $u(t) = U_m \times \cos(\omega \times t + \boldsymbol{\phi})$
I_m : amplitude du signal intensité (en Ampère) f : fréquence du signal, en Hz. $\omega = 2\pi f$: pulsation du signal, en rad/s Sa **phase à l'origine** est choisie **nulle** : le **signal intensité** $i(t)$ est donc notre **signal de référence**.	U_m : amplitude du signal tension (en Volt) f : fréquence du signal, en Hz. $\omega = 2\pi f$: pulsation du signal, en rad/s $\boldsymbol{\phi}$: phase à l'origine de la tension aux bornes du dipôle étudié, en radiant

❖ **Signaux complexes :**

On étudie un dipôle électrique quelconque :



Signal intensité	Signal tension
L'intensité traversant un dipôle est un signal sinusoïdal alternatif :	La tension électrique aux bornes du dipôle est un signal sinusoïdal alternatif :
$\underline{i} = I_m \times e^{j \times 2 \times \pi \times f \times t}$ $\underline{i} = I_m \times e^{j \times \omega \times t}$	$\underline{u} = U_m \times e^{j(2 \times \pi \times f \times t + \boldsymbol{\phi})}$ $\underline{u} = U_m \times e^{j(\omega \times t + \boldsymbol{\phi})}$
I_m : amplitude du signal intensité (en Ampère) f : fréquence du signal, en Hz. $\omega = 2\pi f$: pulsation du signal, en rad/s Sa **phase à l'origine** est choisie **nulle** : le **signal intensité** $i(t)$ est donc notre **signal de référence**.	U_m : amplitude du signal tension (en Volt) f : fréquence du signal, en Hz. $\omega = 2\pi f$: pulsation du signal, en rad/s $\boldsymbol{\phi}$: phase à l'origine de la tension aux bornes du dipôle étudié, en radiant

Pour résumer :

Notation réelle	Notation complexe
$i(t) = I_m \times \cos(\omega \times t)$	$\underline{i} = I_m \times e^{j \times \omega \times t}$
$u(t) = U_m \times \cos(\omega \times t + \phi)$	$\underline{u} = U_m \times e^{j(\omega \times t + \phi)}$

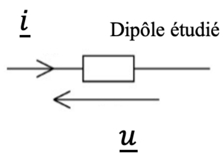
B. Qu'est-ce qu'une impédance complexe ?

❖ **Définition de l'impédance complexe d'un dipôle électrique :**

Impédance vient du mot latin « impedir » qui signifie entraver. Il s'agit d'un concept transversal en physique traduisant qualitativement le rapport $\frac{cause}{conséquence}$.

A connaitre par cœur :

En régime sinusoïdal forcé, on définit l'impédance électrique complexe $\underline{Z}$ d'un dipôle par :



Cette relation est souvent nommée « loi d'Ohm généralisée/complexe ». L'impédance complexe $\underline{Z}$ représente donc l'évolution de la tension aux bornes du dipôle par à l'intensité qui le traverse. La grandeur de référence est donc ici, l'intensité $i(t)$.

❖ **Forme trigonométrique de l'impédance complexe d'un dipôle : à connaitre par cœur**

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| \times e^{j\phi}$$

$|\underline{Z}|$: module de $\underline{Z}$, dont l'unité est l'ohm noté Ω
ϕ : Argument de $\underline{Z}$, dont l'unité est le radiant

❖ **Intérêt de l'impédance complexe :**

Démonstration :

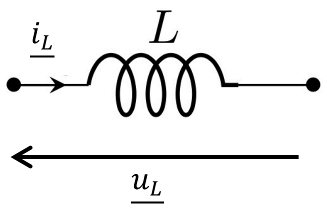
II. Étude des dipôles usuels :

A. Impédance complexe du dipôle « bobine idéale » :

Rappels de Mathématiques :

$$e^{\frac{j\pi}{2}} = cos(\frac{\pi}{2}) + j\,sin(\frac{\pi}{2}) = 0 + j \times 1 = j \quad donc \quad \boldsymbol{j = e^{\frac{j\pi}{2}}}$$

❖ **Impédance d'une bobine idéale : à connaitre par cœur**



En convention récepteur, **en régime sinusoïdal forcé**, l'impédance complexe $\underline{Z_L}$ de la bobine idéale (sans résistance liée au fil de cuivre), d'inductance L, est :

ω : pulsation des signaux, en rad/s
L : inductance de la bobine idéale, dont l'unité est le Henry, notée H

Conséquences : méthode d'identification (à savoir-faire)

On sait que $\underline{Z_L} = jL\omega$ et que $j = e^{\frac{j\pi}{2}}$, donc :

Par identification entre les deux formules précédentes, on obtient :

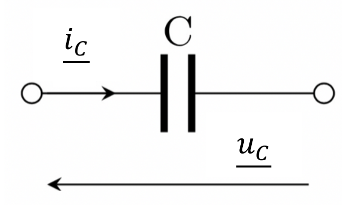
Interprétation des résultats : comment la bobine idéale entrave-t-elle le passage du courant ?

Il existe donc un déphasage, égal à $\frac{\pi}{2}$, de la tension u_L aux bornes de la bobine idéale par rapport à l'intensité i_L qui la traverse. $\phi > 0$, la tension u_L aux bornes de la bobine est donc en avance par rapport à l'intensité i_L.

La valeur de $\frac{U_m}{I_m}$ dépend de la fréquence des signaux :

B. Impédance complexe du dipôle « condensateur idéal » :

❖ Impédance d'un condensateur idéal : à connaitre par cœur



En convention récepteur, **en régime sinusoïdal forcé**, l'impédance complexe $\underline{Z_C}$ d'un condensateur idéal, de capacité C, est :

ω : pulsation des signaux, en rad/s
C : capacité du condensateur dont l'unité est le Farad, notée F

Conséquences : méthode d'identification (à savoir-faire)

On sait que $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$ et que $j = e^{\frac{j\pi}{2}}$, donc :

Par identification entre les deux formules précédentes, on obtient :

Interprétation des résultats : comment le condensateur idéal entrave-t-il le passage du courant ?

Il existe donc un déphasage, égal à $-\frac{\pi}{2}$, de la tension u_C aux bornes du condensateur idéal par rapport à l'intensité i_C qui le traverse. $\phi < 0$, la tension u_C aux bornes du condensateur est donc en avance par rapport à l'intensité i_C

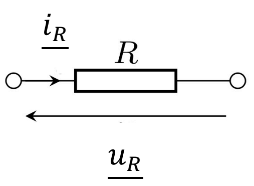
La valeur de $\frac{U_m}{I_m}$ dépend de la fréquence des signaux :

C. Impédance complexe du dipôle « conducteur ohmique » :

Rappels de Mathématiques :

$$e^{j0} = cos(0) + j\,sin(0) = 1 + j \times (0) = 1 \;\; donc \quad \boldsymbol{1 = e^{j0}}$$

❖ Impédance d'un conducteur ohmique : à connaitre par cœur



En convention récepteur, **en régime sinusoïdal forcé**, l'impédance complexe $\underline{Z_R}$ d'un conducteur ohmique, de résistance R, est :

R : résistance du conducteur ohmique dont l'unité est le ohm, notée Ω

Conséquences : méthode d'identification (à savoir-faire)

On sait que $\underline{Z_R} = R$ et que $1 = e^{j0}$, donc :

Par identification entre les deux formules précédentes, on obtient :

Interprétation des résultats : comment le condensateur idéal entrave-t-il le passage du courant ?

Il n'y a pas de déphasage de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique par rapport à l'intensité i_R qui le traverse.
La valeur de $\frac{U_m}{I_m}$ ne dépend pas de la fréquence des signaux.

D. Utilisation de la forme algébrique des impédances complexes des dipôles usuels :

❖ **Forme algébrique de l'impédance complexe d'un dipôle : à connaitre par cœur**

$$\underline{Z} = R + jX$$

R : partie réelle de $\underline{Z}$, nommée résistance, dont l'unité est l'ohm noté Ω
X : partie imaginaire de $\underline{Z}$, nommée réactance, dont l'unité est l'ohm noté Ω

Identification pour les 3 dipôles étudiés précédemment :

Pour la bobine idéale, on a :

Par identification entre parties réelles :
Par identification entre parties imaginaires :

Pour le condensateur idéal, on a :

Par identification entre parties réelles :
Par identification entre parties imaginaires :

Pour le conducteur ohmique, on a $\underline{Z_R} = R$. L'impédance complexe du conducteur ohmique ne comporte qu'une partie réelle : c'est donc une résistance « pure »

Conclusion : voir fiche méthode 20

III. Comment déterminer rapidement la nature du filtrage d'un système électrique ?

L'ensemble des notions abordées dans cette partie, sont explicitées dans la vidéo suivante :

« Chapitre 07 – Déterminer la nature du filtrage pour un système électrique »

A. Comment se comportent à hautes fréquences et à basses fréquences les dipôles passifs usuels ?

❖ **Pour une bobine idéale :**

Par définition, en régime sinusoïdal forcé, l'impédance complexe $\underline{Z_L}$ de la bobine idéale et son module sont :

Pour des **basses fréquences**, on a :

On en conclut qu'à basses fréquences, la bobine a une impédance nulle (0 Ω).

Pour des **hautes fréquences**, on a :

On en conclut qu'à hautes fréquences, la bobine a une impédance infinie.

❖ **Pour un condensateur :**

Par définition, en régime sinusoïdal forcé, l'impédance complexe $\underline{Z_C}$ d'un condensateur et son module sont :

Pour des **basses fréquences**, on a :

On en conclut qu'à basses fréquences, le condensateur a une impédance infinie

Pour des **hautes fréquences**, on a :

On en conclut qu'à hautes fréquences, le condensateur a une impédance nulle (0 Ω).

- **Pour un conducteur ohmique :**

Par définition, en régime sinusoïdal forcé, l'impédance complexe $\underline{Z_R}$ d'un conducteur ohmique et son module sont :

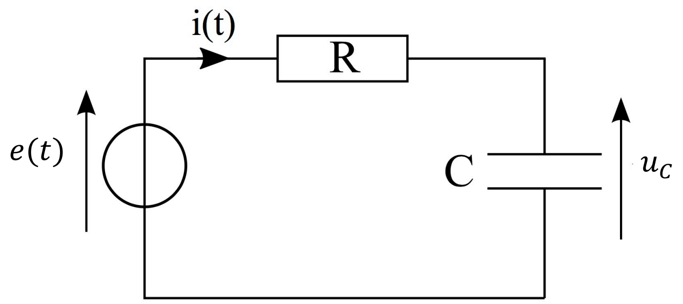
Conclusion : (à connaître par cœur)

	Modèle équivalent à basses fréquences	Modèle équivalent à hautes fréquences
Bobine idéale		
Condensateur		
Conducteur ohmique		

B. Comment déterminer rapidement le nature du filtre pour un système linéaire électrique ?

A connaitre par cœur :

On raisonne sur l'exemple suivant :



1ère étape : on schématise le circuit équivalent à basses fréquences

<u>2ème étape :</u>

On en déduit si la tension de sortie est nulle ou non (à basses fréquences).

Ici

<u>3ème étape :</u>

On schématise le circuit équivalent à hautes fréquences :

<u>4ème étape :</u>

On en déduit si la tension de sortie est nulle ou non (à hautes fréquences).

Ici,

<u>5ème étape :</u>

On choisit le terme approprié pour qualifier le filtre, parmi les suivants :

passe-bas, passe-haut, passe-bande

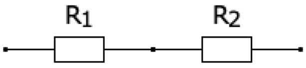
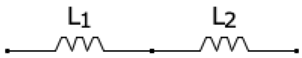
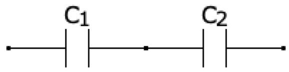
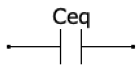
Ici,

IV. Associations de dipôles en série ou en parallèle : impédances équivalentes et pont diviseur de tension

A. Association en série d'impédances complexes :

L'impédance équivalente $\underline{Z_{éq}}$ à un ensemble d'impédance **en série** $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$,.., $\underline{Z_n}$ est :

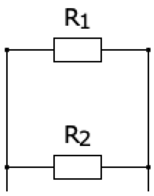
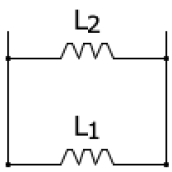
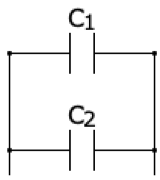
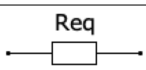
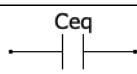
Conséquences sur les grandeurs caractéristiques des dipôles usuels :

Dipôles en série			
Dipôle équivalent			
Résistance, inductance ou capacité équivalente	$R_{éq} = R_1 + R_2$	$L_{éq} = L_1 + L_2$	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ ou encore $C_{eq} = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$

B. Association en parallèle (ou dérivation) d'impédances complexes :

L'impédance équivalente $\underline{Z_{éq}}$ à un ensemble d'impédance en parallèle $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$,.., $\underline{Z_n}$ est :

Conséquences sur les grandeurs caractéristiques des dipôles usuels :

Dipôles en dérivation			
Dipôle équivalent			
Résistance, inductance ou capacité équivalente	$\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ou encore $R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$	$\frac{1}{L_{éq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ ou encore $L_{eq} = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2}$	$C_{eq} = C_1 + C_2$

C. Étude du système « pont diviseur » : **IMPORTANT !**

L'ensemble des notions abordées dans cette partie, sont explicitées dans la vidéo suivante :

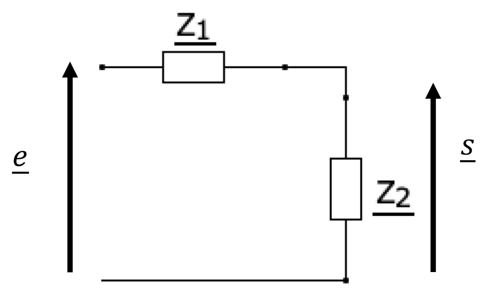
«Le système pont diviseur de tension en régime sinusoïdal forcé »

❖ Système type nommé « pont diviseur de tension » : à connaitre par cœur

Soit un ensemble d'impédance en série $\underline{Z_1}, \underline{Z_2}, \underline{Z_3}, .., \underline{Z_n}$, parcouru par un même courant. Aux bornes de l'ensemble des impédances, on note la tension $\underline{e}$.

La tension $\underline{s}$ **aux bornes de l'impédance** $\underline{\boldsymbol{Z_i}}$ a pour expression :

Application à un système à deux impédances en série :

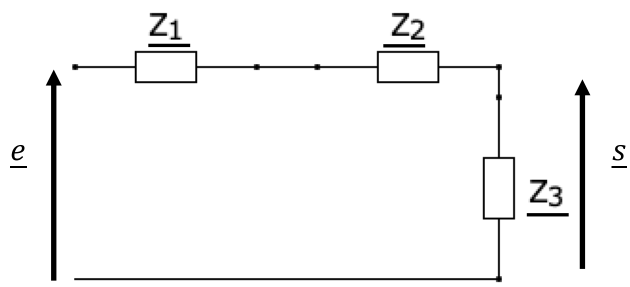


Soit deux impédances complexes $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en série (parcouru par un même courant – schéma ci-contre).

La formule du pont diviseur appliquée au système donne :

$\underline{e}$ **:** tension aux bornes de l'ensemble des deux impédances
$\underline{s}$: tension aux bornes de l'impédance $\underline{Z_2}$

Application à un système à trois impédances en série :



Soit trois impédances complexes placées en série (parcouru par un même courant – schéma ci-contre).

La formule du pont diviseur appliquée au système donne :

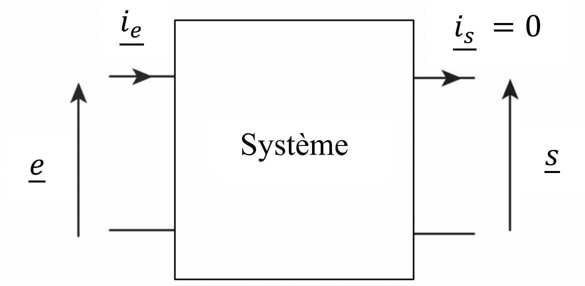
$\underline{e}$ **:** tension aux bornes de l'ensemble des trois impédances
$\underline{s}$: tension aux bornes de l'impédance $\underline{Z_3}$

V. Impédance d'entrée et de sortie d'un système – adaptation d'impédance en tension :

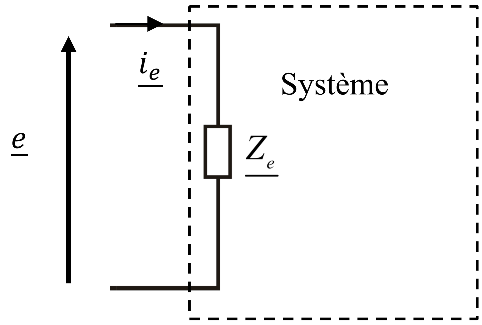
A. Définitions :

❖ **Expression de l'impédance d'entrée d'un système : point de vue du générateur**

$\underline{Z_e}$ est l'impédance du système, vue du générateur de tension $\underline{e}$, qui débite un courant $\underline{i_e}$ dans le système.



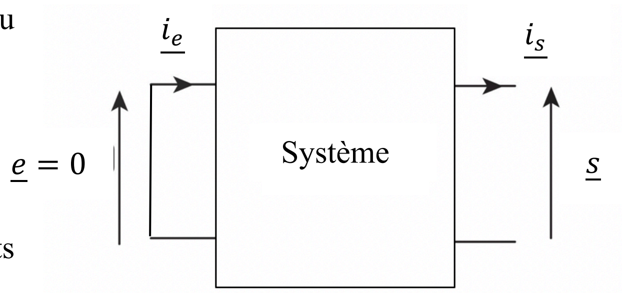
Du point de vue du générateur, on a donc le schéma équivalent suivant pour le quadripôle/système :



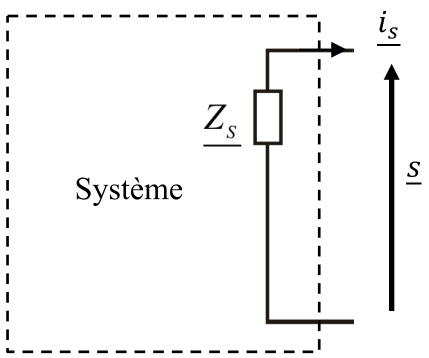
❖ **Expression de l'impédance de sortie d'un système : point de vue de « la sortie »**

$\underline{Z_S}$ est l'impédance du système, vue de la sortie du système quand on éteint le générateur en entrée.

(Il faut éteindre tous les générateurs indépendants du circuit)

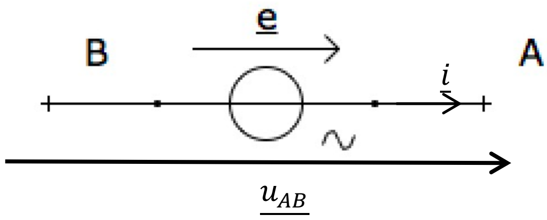
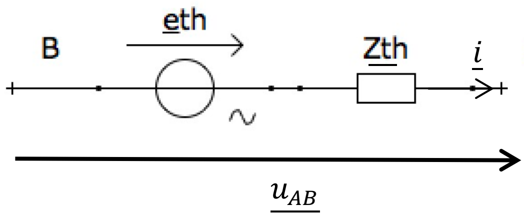


On a donc le schéma équivalent suivant pour le système (avec le générateur en entrée éteint):



B. Modèle de Thévenin d'un générateur et application au GBF :

❖ **Modèle de Thévenin d'un générateur de tension :**

Générateur idéal de tension	Générateur réel de tension : modèle de Thévenin
 Schéma d'un générateur idéal	 Schéma équivalent à un générateur réel
Expression de la tension délivrée par le dipôle actif : $\underline{e}$: grandeur complexe associée à la tension à vide aux bornes du dipôle	Expression de la tension délivrée par ce générateur : $\underline{u_{AB}}$: grandeur complexe associée à la tension délivrée par le générateur $\underline{e}$: grandeur complexe associée à la tension à vide aux bornes du dipôle $\underline{Z_{th}}$: impédance complexe interne du générateur
	Si $\underline{i} = 0$, alors le générateur réel délivre une tension au reste du circuit $\underline{u_{AB}} = \underline{e_{th}}$.

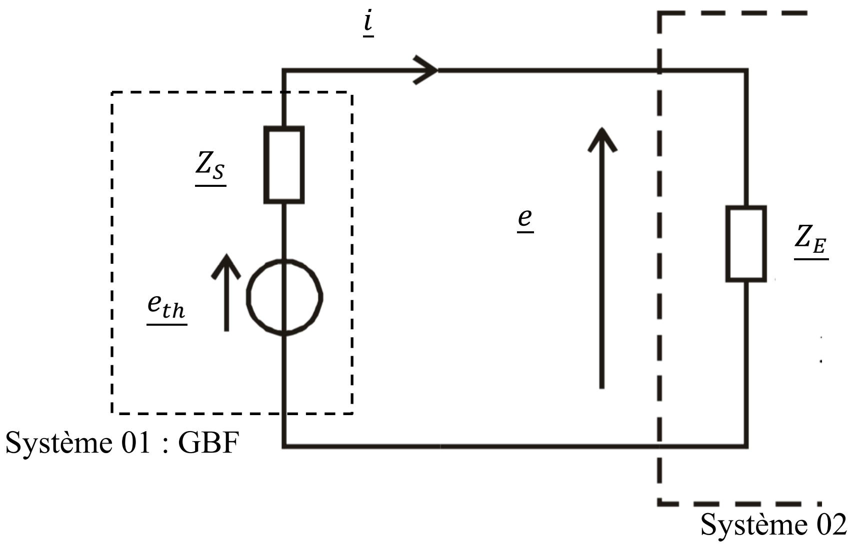
Remarque concernant le GBF HAMEG utilisé en TP : impédance de sortie

L'impédance de sortie $\underline{Z_s}$ d'un GBF est son impédance complexe interne $\underline{Z_{th}}$, dont le module est autour de 50Ω pour le modèle HAMEG.

C. Adaptation d'impédances en tension : cas des systèmes en cascade

On étudie une situation « courante » : on branche aux bornes d'un GBF, un système d'impédance d'entrée $\underline{Z_e}$.

Le schéma de la situation est le suivant :



Objectif : la tension $\underline{e}$ sortant du GBF soit le plus proche possible de $\underline{e_{th}}$ (tension « idéale » à vide).

Raisonnement / démonstration :
On reconnait un pont diviseur de tension : $\underline{e_{th}}$ est la tension aux bornes de $\underline{Z_E}$ et $\underline{Z_S}$ et $\underline{e}$ est la tension aux bornes de $\underline{Z_E}$:

On souhaite que la tension $\underline{e}$ sortant du GBF soit le plus proche possible de $\underline{e_{th}}$ (tension « idéale »). Pour cela, il faut que :

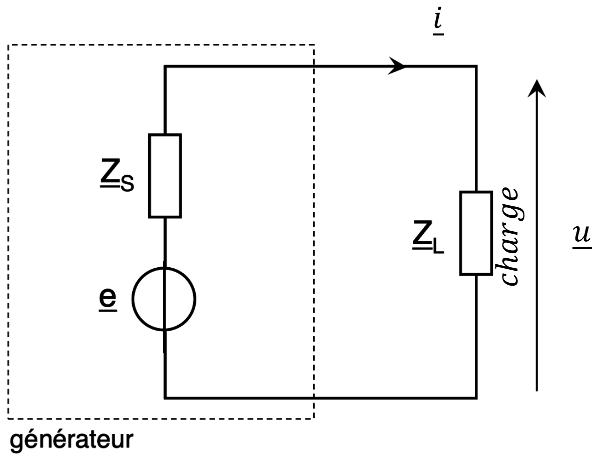
Conclusion :

- **A connaitre par cœur : conditions d'adaptation d'impédances en tension**

Un système est en général, la succession de plusieurs sous-systèmes. Afin de pouvoir les « enchainer » sans problème, il faut que chaque sous-système respecte les conditions suivantes. Si c'est le cas, on parle alors d'adaptation d'impédance en tension.

Si ses conditions ne sont pas remplies, on peut alors interposer un système « suiveur » entre les deux sous-systèmes.

D. Adaptation d'impédances en puissance :



L'adaptation d'impédances est une technique en électricité, permettant d'optimiser le transfert d'une puissance électrique entre un émetteur (source) et un dipôle récepteur électrique (charge).

La puissance fournie par un générateur à une charge est maximale si leurs impédances complexes sont conjuguées :

$$\underline{Z_S} = \underline{Z_L}^*$$

On pose : $\underline{Z_S} = R_S + jX_S$ et $\underline{Z_L} = R_L + jX_L$.
Il y a adaptation d'impédances en puissance si et seulement si $R_S = R_L$ et $X_S = -X_L$.

A retenir :

Z_S : module de l'impédance complexe de sortie du générateur, en ohm.
Z_L : module de l'impédance complexe du récepteur (ou charge), en ohm.

Remarque :
Il existe une troisième adaptation d'impédance, pour la propagation des signaux au sein des lignes de transmission.

Chapitre 07 - Ce qu'il faut savoir :

- Toutes les formules mathématiques autour des complexes, entourées en pointillés
- Connaître l'approximation des régimes quasi-stationnaires et son domaine d'application en fréquence.
- Savoir associer un signal sinusoïdal alternatif à sa notation en complexe
- Associer grandeurs complexes et régime sinusoïdal forcé pour un système linéaire.
- Connaitre la formule permettant de calculer un déphasage entre deux signaux.
- Connaitre la définition de l'impédance
- Connaitre la loi d'Ohm généralisée
- Savoir que l'argument de l'impédance complexe d'un dipôle correspond au déphasage ϕ de la tension à ses bornes par rapport à l'intensité qui le traverse.
- Savoir que le module de l'impédance complexe correspond au rapport de l'amplitude de la tension à ses bornes par rapport à l'amplitude de l'intensité qui le traverse.
- Savoir que $\underline{Z_R} = R$; $\underline{Z_L} = jL\omega$; $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$
- Connaître les comportements HF et BF des dipôles usuels
- Connaitre la formule permettant de déterminer l'impédance complexe équivalente à une succession d'impédances en série ou en parallèle.
- Connaitre la formule du pont diviseur en RSF.
- Savoir que l'adaptation d'impédance en puissance est réalisée lorsque l'impédance de sortie du générateur est égale à l'impédance d'entrée du récepteur.
- Savoir que l'adaptation d'impédance en tension est réalisée lorsque l'impédance de sortie du générateur est négligeable devant l'impédance d'entrée du récepteur.

Chapitre 07 - Ce qu'il faut savoir-faire :

- Savoir calculer un déphasage en veillant à son signe.
- Savoir passer de l'expression littérale réelle d'un signal sinusoïdal alternatif, à sa notation complexe.
- Savoir déterminer l'impédance complexe d'un dipôle à partir des chronogrammes de $u(t)\ et\ i(t)$
- Savoir passer de la forme trigonométrique d'une impédance à sa forme algébrique, et inversement
- Savoir déterminer la nature du filtrage d'un système composé de R, L et C à l'aide d'études à BF et HF
- Savoir déterminer l'impédance complexe équivalente à une succession d'impédances en série ou en parallèle.
- Savoir utiliser le pont diviseur de tension en complexe.
- Savoir déterminer le module d'une impédance complexe.
- Savoir déterminer l'impédance d'entrée et de sortie de systèmes.
- Savoir appliquer les conditions d'adaptation d'impédances en tension et en puissance.