Chapitre 13

# Réponse indicielle des systèmes linéaires d'ordre 1 $et$ 2

*Capacités exigibles :*

- Savoir représenter un signal de type échelon en fonction du temps
- Savoir identifier le régime transitoire et le régime établi (dit aussi permanent)
- Savoir déterminer la nature d'un filtre à partir de sa réponse indicielle
- Savoir déterminer l'amplification statique $T_0$ d'un filtre passe-bas à partir de sa réponse à un échelon
- Savoir déterminer la constante de temps τ d'un système du premier ordre à partir de sa réponse à un échelon et connaître sa relation avec sa pulsation de coupure $\omega_c$
- Savoir mesurer le temps de réponse à 5% à partir de sa réponse à un échelon
- Savoir discriminer un filtre du premier ordre d'un filtre du second ordre (tangente à l'origine, dépassement)
- Savoir déterminer les caractéristiques de la fonction de transfert d'un filtre du premier ordre ($T_0$, τ, $\omega_c$) et du second ordre ($T_0$, m, $\omega_0$) à partir de sa réponse à un échelon et d'abaques (ER uniquement)

Il existe de multiples méthodes permettant de déterminer le type de comportement d'un système (liste non exhaustive) :

- déterminer la transmittance isochrone complexe du système,
- tracer le diagramme de Bode de ce système,
- étude de la « Réponse indicielle » du système : soumettre ce système à un signal « échelon » en entrée. On obtient en sortie un signal dont la forme permet de caractériser le système.

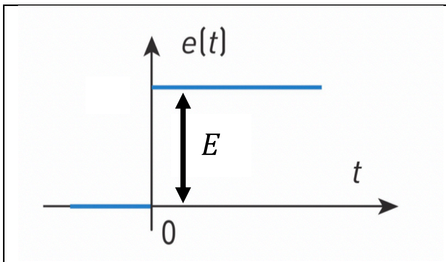
Dans ce chapitre, on étudie la méthode de la réponse indicielle afin de connaitre les caractéristiques usuelles du système étudié (nature du filtrage, ordre du système, bande passante etc.).

**L'ensemble des notions abordées dans les paragraphes suivants de ce chapitre sont explicitées dans la vidéo suivante :**
**« Comment exploiter graphiquement la réponse indicielle d'un système linéaire ? »**

## I. Qu'est-ce que la réponse indicielle d'un système linéaire ?

### ❖ Signal d'entrée : un échelon

Le signal d'entrée $e(t)$ imposé au système étudié, est un signal **échelon.**




Un signal « échelon » (représentation temporelle donnée ci-contre) possède un passage brusque d'une valeur constante à une autre valeur constante du signal.
Le laps de temps pour passer de l'une à l'autre est infinitésimal.
$e(t)$ présente donc une discontinuité à $t = 0s$ (pour le graphe ci-contre)

$E$ est appelée « hauteur de l'échelon ».

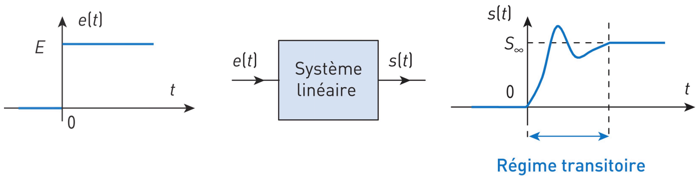
*Remarque :*

Mathématiquement, la fonction $e(t)$ a pour expression :

$$e(t) = \begin{cases} 0 \; pour \; t < 0 \\ E \; pour \; t > 0 \end{cases}$$

### ❖ Comparaison du signal de sortie au signal d'entrée « échelon » pour connaitre le système :

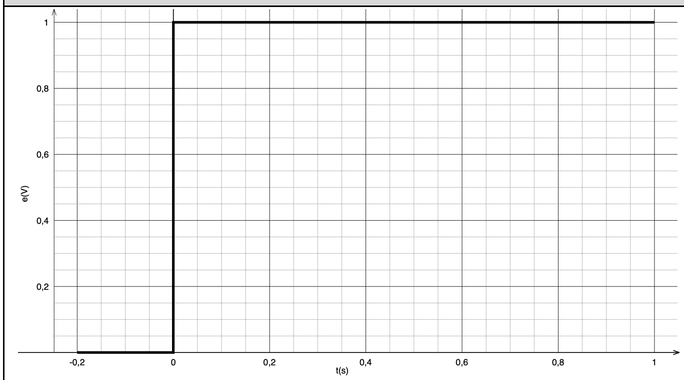
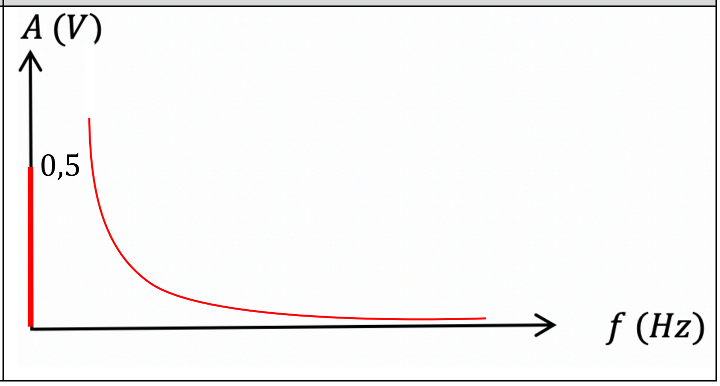
La forme du signal en sortie du système nous permet d'obtenir une grande quantité d'information sur le système lui-même.
Ce que l'on étudie dans ce paragraphe, c'est donc **le système** qui transforme un signal d'entrée de forme échelon en un signal de sortie.




Le signal de sortie contient un **régime transitoire** : l'étude de ce **régime transitoire** permet de modéliser le système étudié. Dans la suite de ce chapitre, on impose que le signal de sortie pour $t \leq 0$ soit nul.

## II. Comment déterminer la nature du filtrage réalisé par un système à partir de sa réponse indicielle ?

### A. Un signal « échelon » contient des « basses » et des « hautes » fréquences :

| Représentation temporelle d'un signal échelon unité | Représentation fréquentielle d'un signal échelon unité |
|---|---|
|   |   |

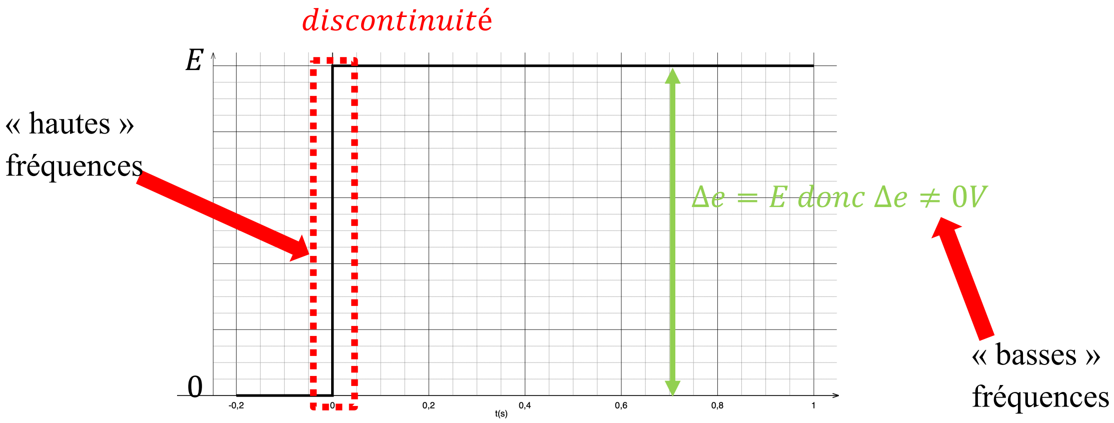
Le signal échelon n'étant pas périodique, son spectre est continu. Son spectre contient une infinité de raies (correspondant à des signaux sinusoïdaux alternatifs) de fréquences appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$.
Sa représentation fréquentielle contient donc des raies à « basses fréquences » et des raies à « hautes fréquences ».

### ❖ Représentation temporelle d'un échelon : où se cachent ces basses et ces hautes fréquences ?

La représentation temporelle du signal d'entrée « échelon » permet de « détecter » la présence permanente :

- des **hautes fréquences,** dans son **front** ou sa **discontinuité** (la discontinuité correspond à des variations rapides du signal).

- des **basses fréquences :** le signal « échelon » a une **variation globale, notée $\Delta e$, non nulle** correspondant à l'établissement d'un signal constant (ou statique).




$$\Delta e = \boldsymbol{valeur\ finale\ - valeur\ initiale\ \ (du\ signal\ d'entrée)}$$

*Conclusion :*
En utilisant un signal échelon comme signal d'entrée, on soumet donc le système étudié à des signaux sinusoïdaux alternatifs de hautes fréquences puis de basses fréquences.

## B. Représentation temporelle du signal de sortie : possède-t-il des basses, des hautes fréquences ?

L'allure de la représentation temporelle du signal de sortie permet de savoir si le signal de sortie possède des « hautes fréquences » et des « basses fréquences ».

- si le signal de sortie possède (lui aussi) une discontinuité alors le signal de sortie possède des « hautes fréquences ».
- si le signal de sortie possède une variation globale, noté $\Delta s$ , non nulle (donc si $\Delta s \neq 0V$) alors le signal de sortie possède des « basses fréquences »

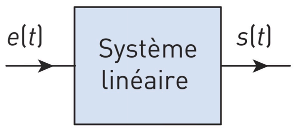
$$\Delta s = \boldsymbol{valeur\ finale\ - valeur\ initiale\ \ (du\ signal\ de\ sortie)}$$

## C. Méthode pour déterminer la nature du filtrage d'un système :

❖ **A savoir-faire :**

*1ère étape :* déterminer si le signal de sortie possède des raies « hautes fréquences » à l'aide de la présence ou l'absence d'une discontinuité sur sa représentation temporelle.
*2ème étape :* conclure sur le comportement du système pour les « hautes fréquences »
*3ère étape :* déterminer si le signal de sortie possède des raies « basses fréquences » à l'aide de la valeur de la variation globale du signal de sortie $\Delta s$
*4ème étape :* conclure sur le comportement du système pour les « basses fréquences »
*5ème étape :* conclure en choisissant la nature du filtrage dans la liste suivante : filtre passe-bas, filtre passe-haut ou filtre passe-bande.

### ❖ Pour résumer cette méthode :

<table>
<tr><th>Le signal d'entrée $e(t)$<br>contient toujours :</th><td rowspan="5">
</td><th>Si le signal de sortie $s(t)$ :</th><th>Conclusion sur le système</th></tr>
<tr><td rowspan="2">un front /une discontinuité : $e(t)$ possède des raies « hautes fréquences »</td><td>possède une discontinuité : $s(t)$ possède des raies « hautes fréquences »</td><td>Le système laisse passer les hautes fréquences.</td></tr>
<tr><td>ne possède pas de discontinuité : $s(t)$ ne possède pas des raies « hautes fréquences »</td><td>Le système ne laisse pas passer les hautes fréquences.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">une variation globale non nulle : $e(t)$ possède des raies « basses fréquences »</td><td>a une variation globale non nulle $\Delta s \neq 0V$ : $s(t)$ possède des raies « basses fréquences »</td><td>Le système laisse passer les basses fréquences.</td></tr>
<tr><td>a une variation globale nulle $\Delta s = 0V$ : $s(t)$ ne possède pas des raies « basses fréquences »</td><td>Le système ne laisse pas passer les basses fréquences.</td></tr>
</table>

## III. <u>Détermination graphique des caractéristiques des systèmes passe-bas d'ordre 1 et 2 :</u>

### A. <u>Comment déterminer l'ordre d'un système « passe-bas » grâce à sa réponse indicielle ?</u>

Parmi les **passe-bas**, seuls les systèmes du **premier ordre** présentent une **tangente à l'origine qui n'est pas horizontale** : cela permet donc de les identifier facilement.

### ❖ Méthode de la tangente à l'origine : (à savoir faire)

*1ère étape :* S'assurer que le système est bien un passe-bas.
*2ème étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)
*3ème étape :* Tracer la tangente à l'origine, à la courbe correspondant au signal de sortie.
*4ème étape :*
Si la tangente à l'origine n'est pas horizontale (elle possède donc un coefficient directeur non nul), le système étudié est d'ordre 1.
Si la tangente à l'origine est horizontale (elle possède donc un coefficient directeur nul), le système étudié n'est pas d'ordre 1. Il peut être d'ordre 2, 3 etc.

*<u>Remarque :</u>*
Cette méthode ne permet donc d'identifier que les systèmes passe-bas d'ordre 1.
Les systèmes passe-bas d'ordre 2,3… ont une tangente à l'origine de pente nulle. Il est donc impossible de les distinguer par cette méthode. Pour identifier l'ordre d'un système passe-bas différent de 1, on utilisera d'autres méthodes.

*Conclusion : à retenir*

Un **système passe-bas d'ordre 1**, soumis à un signal échelon en entrée, délivre en sortie, un signal, dont **la tangente à l'origine n'est pas horizontale (ou de pente non nulle)**. La réciproque est vraie.

## B. Amplification statique $T_0$ du système passe-bas :

$T_0$ représente l'amplification des amplitudes des raies dont la fréquence appartient à la bande passante du système $[0 ; f_C]$ . $T_0$ est donc l'amplification des amplitudes des raies de basses fréquences.

La formule donnant $T_0$ à partir de la réponse indicielle d'un système est :

$$T_0 = \frac{s_\infty}{E}$$

$E$ : hauteur de l'échelon du signal d'entrée, ayant la même unité que $s_\infty$
$s_\infty$ : valeur « finale » du signal de sortie, pour $t$ tendant vers l'infini, , ayant la même unité que $E$
$T_0$: amplification statique ou « à basses fréquences » du système, sans unité

❖ **Comment déterminer graphiquement l'amplification statique $T_0$ ?**

*1ère étape :* Déterminer graphiquement la valeur de l'échelon du signal d'entrée, noté $E$.
*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur « finale » du signal de sortie quand $t$ tend vers l'infini : $s_\infty$.
*3ème étape :* Calculer $T_0$ grâce à la formule suivante : $T_0 = \frac{s_\infty}{E}$ .

## C. Durée de réponse à 5% pour un système passe-bas :

La durée de réponse à 5% du système passe-bas, noté $\Delta t_{5\%}$ , correspond à la durée mise par le signal de sortie, pour atteindre des valeurs comprises entre 95% de $s_\infty$ (soit $0{,}95 \times s_\infty$) et 105% de $s_\infty$ (soit $1{,}05 \times s_\infty$).

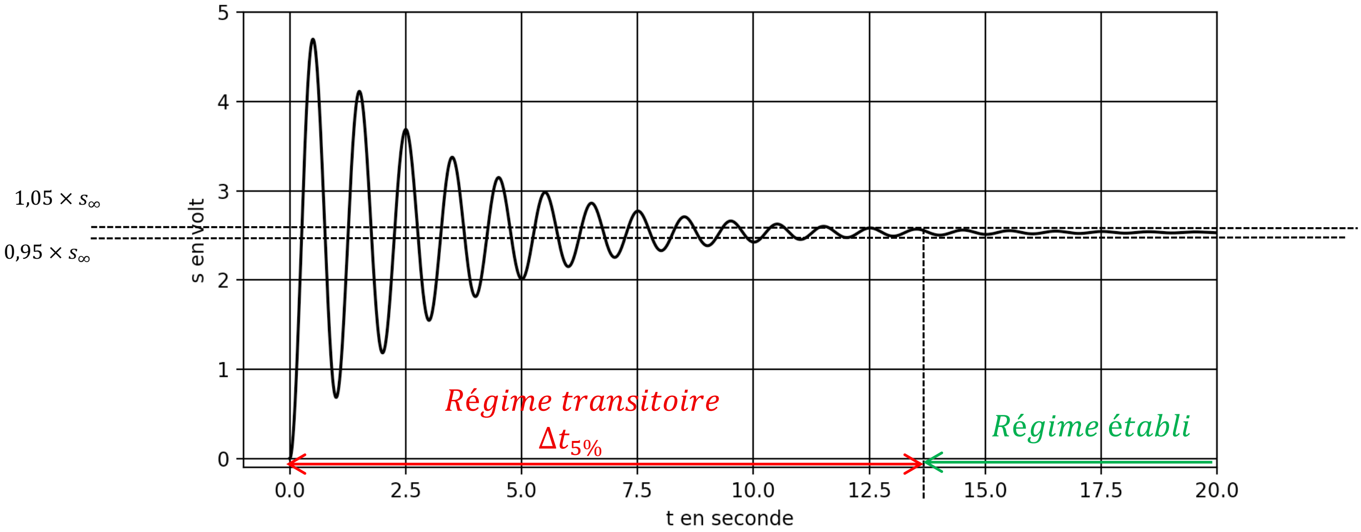
❖ **Méthode pour le passe-bas : comment déterminer graphiquement $\Delta t_{5\%}$ ?**

*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)
*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur du signal de sortie quand $t$ tend vers l'infini : $s_\infty$.
*3ème étape :* Calculer sur sa copie, $0{,}95 \times s_\infty$ (et $1{,}05 \times s_\infty$ si la valeur du signal de sortie dépasse à un quelconque instant, la valeur de $s_\infty$).
*4ème étape :* Graphiquement, chercher le point du signal de sortie ayant pour ordonnée $0{,}95 \times s_\infty$ (ou $1{,}05 \times s_\infty$) pour lequel la valeur du signal de sortie est par la suite **toujours comprise entre 95% de $s_\infty$ et 105% de $s_\infty$**
*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\Delta t_{5\%}$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

*Remarque :*
Parfois, la valeur du signal de sortie ne dépasse jamais la valeur de $s_\infty$ : il suffit donc de s'en tenir à $0{,}95 \times s_\infty$.

### ❖ Régime transitoire et régime établi (dit aussi permanent) :

Lorsqu'un signal échelon est appliqué à l'entrée d'un filtre linéaire, la réponse en sortie ne s'établit pas immédiatement : on distingue deux phases dans son évolution temporelle. La première est le **régime transitoire**, qui correspond à la durée pendant laquelle le système réagit au changement de l'entrée. Pendant ce régime, la sortie est influencée par les caractéristiques propres du filtre (fréquence de coupure, ordre, type de filtrage). Le signal peut présenter des montées progressives, des dépassements ou des oscillations, selon le type de filtre. Une fois cet effet transitoire terminé, le système atteint le **régime établi** : la sortie devient alors uniquement déterminée par le signal d'entrée.




### ❖ Sens physique de la grandeur $\Delta t_{5\%}$ :

La grandeur $\Delta t_{5\%}$ permet d'évaluer la durée du régime transitoire du système étudié.

D. <u>Constante de temps $\tau$ d'un système passe-bas d'ordre 1 :</u>

### ❖ Sens physique de la grandeur $\tau$:

La grandeur $\tau$ permet aussi d'évaluer la durée du régime transitoire du système étudié, mais la grandeur $\tau$ n'est définie que pour les systèmes d'ordre 1.

### ❖ Comment déterminer graphiquement $\tau$, la constante de temps ?

*<u>Première méthode pour un passe-bas d'ordre 1 : méthode des « 63% »</u>*

*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)

*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur du signal de sortie quand $t$ tend vers l'infini : $s_\infty$.

*3ème étape :* Calculer sur sa copie la valeur de $0{,}63 \times s_\infty$ (c'est-à-dire 63% de $s_\infty$).

*4ème étape :* Graphiquement, chercher le point du signal de sortie ayant pour ordonnée $0{,}63 \times s_\infty$.

*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\tau$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

*Deuxième méthode pour un passe-bas d'ordre 1 : la tangente à l'origine*

*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)

*2ème étape :* Tracer la tangente à l'origine à la courbe représentant le signal de sortie.

*3ème étape :* Tracer l'asymptote à la courbe, pour $t$ tendant à l'infini.

*4ème étape :* Repérer le point correspondant à l'intersection de ces deux droites.

*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\tau$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

*Remarque :*

« A la main », la méthode de la tangente est moins précise car le tracé d'une tangente peut s'avérer difficile.

## IV. Détermination graphique des caractéristiques des systèmes passe-haut d'ordre 1 et 2 :

### A. Comment déterminer l'ordre d'un système « passe-haut » grâce à sa réponse indicielle ?

Les systèmes passe-haut d'ordre 1,2,3… ont tous, une tangente à l'origine qui n'est pas horizontale. Il est donc impossible de les distinguer par cette méthode. Pour identifier l'ordre d'un système passe-haut, on utilisera d'autres méthodes que la réponse indicielle.

### B. Amplification à hautes fréquences $T_0$ d'un système passe-haut :

$T_0$ représente l'amplification des amplitudes des raies dont la fréquence appartient à la bande passante du système $[f_C\ ; +\infty[$. $T_0$ est donc l'amplification des amplitudes des raies de hautes fréquences.

La formule donnant $T_0$ à partir de la réponse indicielle d'un système est :

$$T_0 = \frac{s_0}{E}$$

$E$ : hauteur de l'échelon du signal d'entrée, ayant la même unité que $s_0$

$s_0$ : valeur du signal de sortie, à l'instant $t = 0^+$ , ayant la même unité que $E$

$H_0$: amplificiation à hautes fréquences du système, sans unité

- **Comment déterminer graphiquement l'amplification à hautes fréquences $T_0$ ?**

*1ère étape :* Déterminer graphiquement la valeur de l'échelon du signal d'entrée, noté $E$.

*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur du signal de sortie $s_0$ à l'instant $t = 0^+$ (juste après le basculement de l'échelon).

*3ème étape :* Calculer $T_0$ grâce à la formule suivante : $T_0 = \frac{s_0}{E}$.

### C. Durée de réponse à 5% pour un passe-haut :

La durée de réponse à 5% du système passe-haut, noté $\Delta t_{5\%}$ , correspond à la durée mise par le signal de sortie, pour atteindre des valeurs comprises entre 5 % de $s_0$ (soit $0{,}05 \times s_0$) et $-5\%$ de $s_0$ (soit $-0{,}05 \times s_0$).

### ❖ Méthode pour le passe-haut : comment déterminer graphiquement $\Delta t_{5\%}$ ?

*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)
*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur du signal de sortie $s_0$ à l'instant $t = 0^+$ (juste après le basculement de l'échelon).
*3ème étape :* Calculer sur sa copie, $0{,}05 \times s_0$ (et $-0{,}05 \times s_0$ si nécessaire).
*4ème étape :* Graphiquement, chercher le point du signal de sortie ayant pour ordonnée $0{,}05 \times s_0$ (ou $-0{,}05 \times s_0$) pour lequel la valeur du signal de sortie est par la suite **toujours comprise entre 5 % de $s_0$ et $-5\%$ de $s_0$.**
*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\Delta t_{5\%}$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

## D. Constante de temps d'un système passe-haut d'ordre 1 :

### ❖ Comment déterminer graphiquement $\tau$, la constante de temps ?

*Première méthode pour un passe-haut d'ordre 1 : méthode des « 37 % »*
*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)
*2ème étape :* Déterminer graphiquement la valeur du signal de sortie $s_0$ à l'instant $t = 0^+$ (juste après le basculement de l'échelon).
*3ème étape :* Calculer sur sa copie la valeur de $0{,}37 \times s_0$ (c'est-à-dire 37% de $s_0$).
*4ème étape :* Graphiquement, chercher le point du signal de sortie ayant pour ordonnée $0{,}37 \times s_0$.
*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\tau$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

*Deuxième méthode pour un passe-haut d'ordre 1 : la tangente à l'origine*
*1ère étape :* Repérer l'origine du signal de sortie sur la représentation temporelle (correspondant à l'instant du basculement du signal d'entrée)
*2ème étape :* Tracer la tangente à l'origine à la courbe représentant le signal de sortie.
*3ème étape :* Tracer l'asymptote à la courbe, pour $t$ tendant à l'infini.
*4ème étape :* Repérer le point correspondant à l'intersection de ces deux droites.
*5ème étape :* Une fois le point déterminé, lire l'abscisse de ce point puis déterminer la durée $\tau$ (comprise entre l'origine du signal de sortie et l'abscisse de ce point)

*Remarque :*
La méthode de la tangente à l'origine est identique pour tous les systèmes d'ordre 1.

E. Autour des grandeurs temporelles caractéristiques des systèmes d'ordre 1 :

❖ **Lien entre $\Delta t_{5\%}$ et $\tau$ : ordre 1 uniquement**

Au bout d'une durée égale $3 \times \tau$, le signal de sortie a atteint 95% de sa valeur finale, notée $s_\infty$.

$$\Delta t_{5\%} \approx 3\tau$$

❖ **Pulsation/fréquence de coupure d'un système d'ordre 1 :**

On peut déterminer la pulsation / fréquence de coupure d'un système d'ordre 1 à partir de $\tau$ grâce à la formule suivante :

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} \quad ou\ encore \quad f_c = \frac{1}{2\pi \times \tau}$$

$\omega_c$ : pulsation de coupure du filtre étudié, en Hertz.
$f_c$ : fréquence de coupure du filtre étudié, en Hertz.
$\tau$: constante de temps du système, en seconde.

V. Les différents types de régimes transitoires pour les systèmes d'ordre 2 :

A. Grandeurs caractéristiques des systèmes d'ordre 2 :

*Remarque :*

Nous avons vu dans le chapitre 08, que les systèmes d'ordre 02 étaient caractérisés, en régime sinusoïdal forcé, par trois grandeurs :

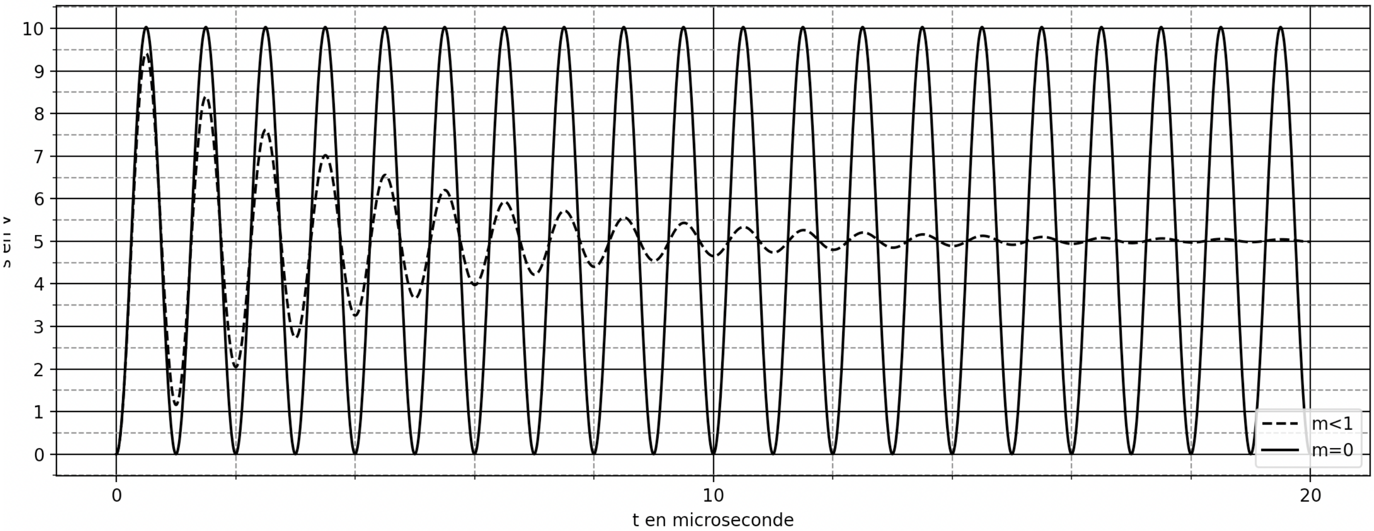
- Le facteur de qualité, noté $Q$ (sans unité)
- Leur pulsation propre, notée $\omega_0$ (en $rad/s$)
- Leur amplification dans la bande passante, notée $T_0$ (sans unité)

Il existe un lien mathématique simple entre le facteur de qualité et le coefficient d'amortissement d'un système :

$$m = \frac{1}{2Q}$$

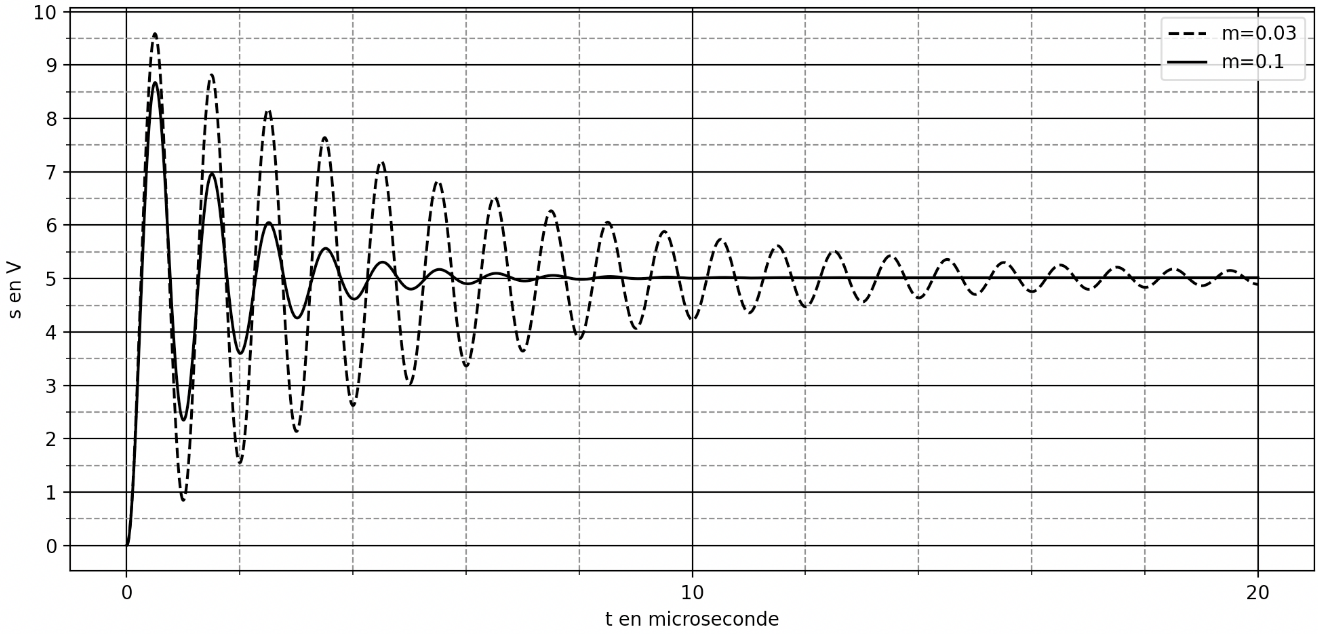
Plus le facteur de qualité augmente, plus le coefficient d'amortissement diminue.

### ❖ Qu'est-ce que la pulsation propre d'un système ?



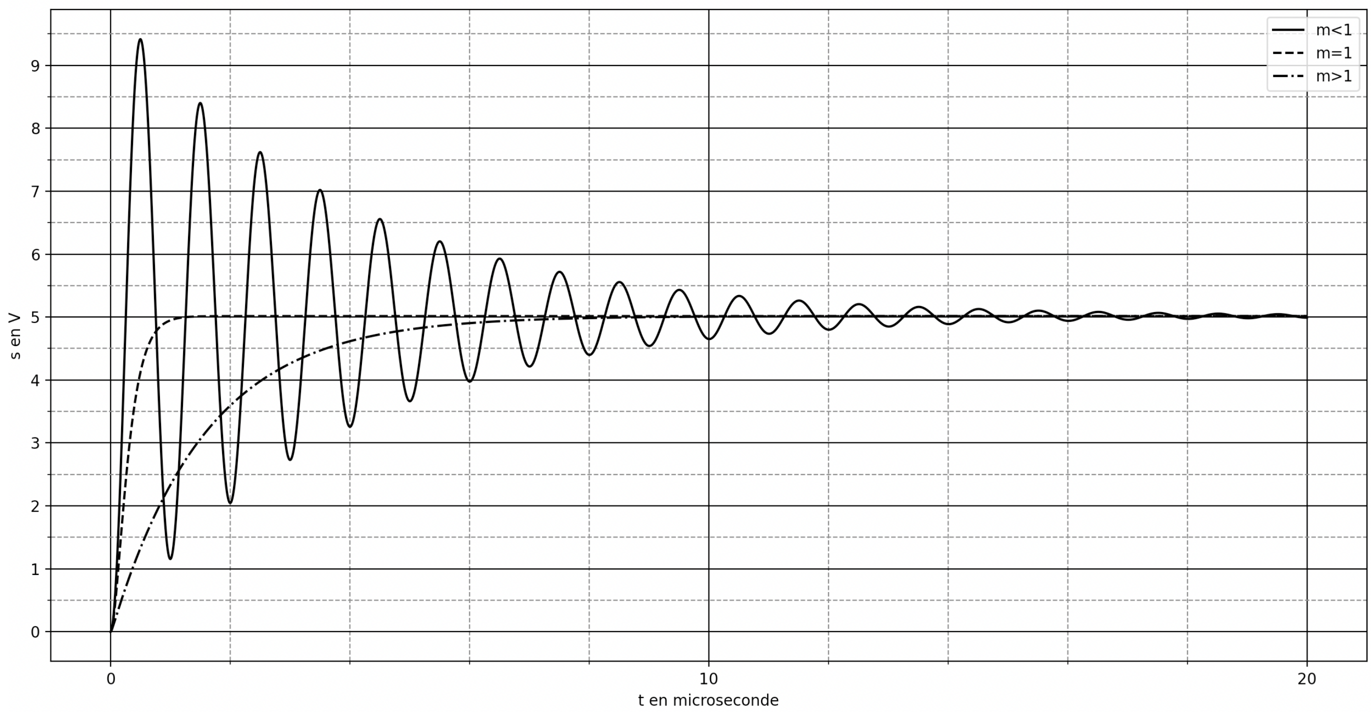

### ❖ Qu'est-ce que l'amortissement d'un système ?

L'amortissement $m$ d'un système est dû aux éléments constitutifs de ce système entrainant des pertes (résistances dans un système électrique, frottements pour un système mécanique etc.)




B. <u>Régimes transitoires et valeurs du coefficient d'amortissement du système :</u>

La forme de signal de sortie pour un système d'ordre 2 dépend de la valeur du facteur d'amortissement $m$ (ou de la valeur du facteur de qualité $Q$). Par exemple, pour un passe-bas d'ordre 2, on peut observer :

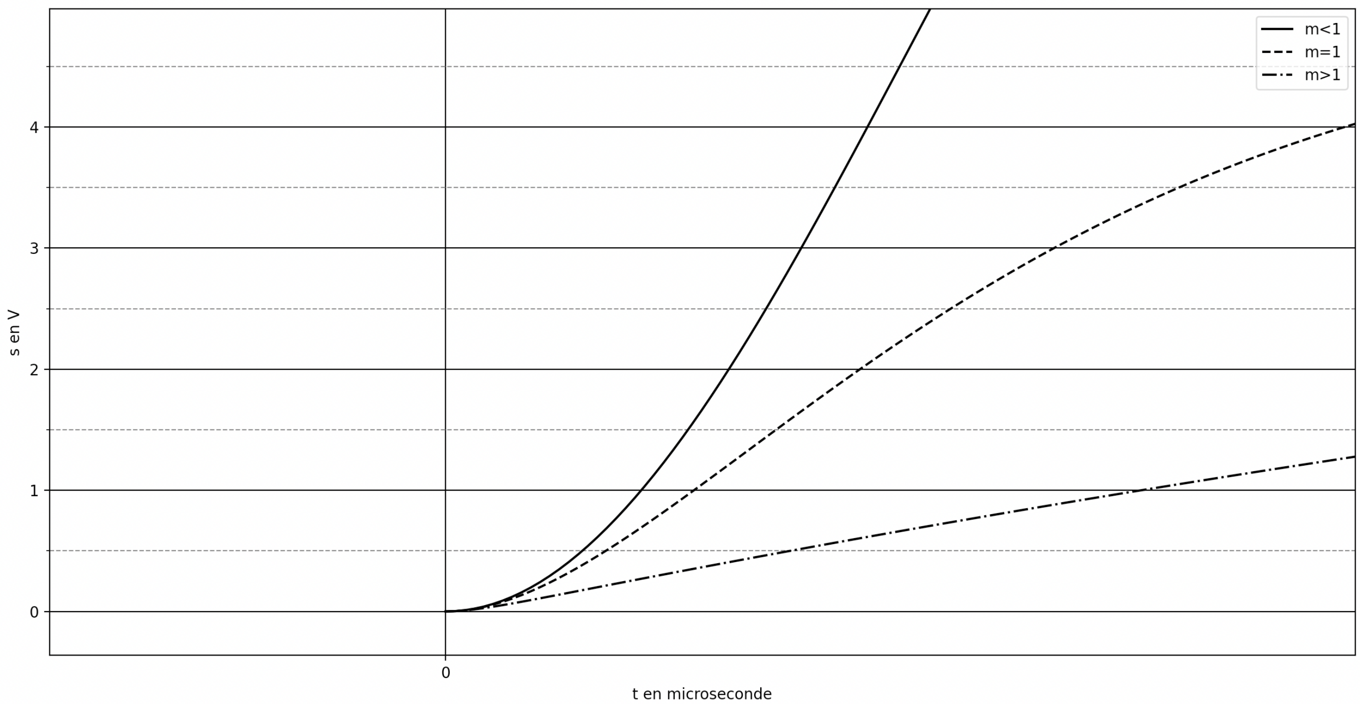



L'allure du signal de sortie donne donc une première indication sur la valeur du coefficient d'amortissement.

❖ **Vocabulaire et condition d'observation des différents régimes transitoires : à connaitre par cœur**

|  |
|---|
| Si $\boldsymbol{m < 1}$, on parle de **régime transitoire pseudo-périodique.**<br>Le signal de sortie passe rapidement par la valeur $s_\infty$, puis oscille autour de cette valeur (avec des amplitudes de plus en plus faible).<br>Si $\boldsymbol{m = 1}$, on parle de **régime transitoire critique.**<br>Le signal de sortie évolue « rapidement » vers $s_\infty$ et ne présente aucune oscillation. Il n'est pas observable expérimentalement.<br>Si $\boldsymbol{m > 1}$, on parle de **régime transitoire apériodique.**<br>Le signal de sortie évolue « lentement » vers $s_\infty$ et ne présente aucune oscillation. La courbe $s(t)$ a la même allure que pour un système d'ordre 1 mais sa tangente à l'origine possède une pente nulle. |

**Quel que soit le régime transitoire, le signal de sortie possède une tangente à l'origine (en rouge) horizontale (dont la pente est nulle).**




*<u>Remarque :</u> pourquoi y-a-t-il 3 régimes transitoires possible pour les systèmes d'ordre 2 ?*

L'équation (différentielle) régissant le système est d'ordre 2 : elle se résout à l'aide d'une équation du second ordre. Le discriminant peut être positif (cas où $m > 1$ correspondant au régime apériodique), négatif (cas où $m < 1$ correspondant au régime pseudo-périodique) ou nul (cas où $m = 1$ correspondant au régime critique)

## C. Étude graphique du régime transitoire pseudo-périodique : $m < 1$

### ❖ Comment déterminer graphiquement la pseudo-période $T_P$ ? (à savoir faire)

Pour mesurer $T_P$, la méthode la plus précise est de mesurer la durée d'un maximum de « pseudo-motifs ». Ensuite, on divise cette durée par le nombre de « pseudo-motifs ». On obtient alors la mesure de $T_P$.

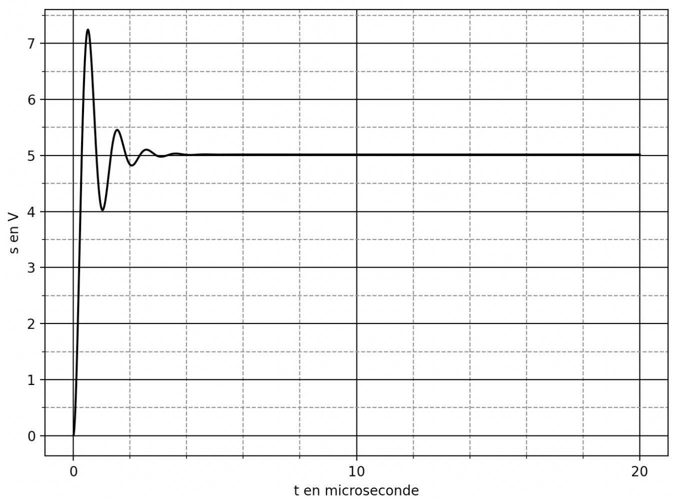
### ❖ Comment déterminer la période propre du système $T_0$ ? (à savoir faire)

La pseudo-période du signal de sortie (pour un système avec un amortissement $0 < m < 1$ ) est liée à la période propre (pour un système sans amortissement) :

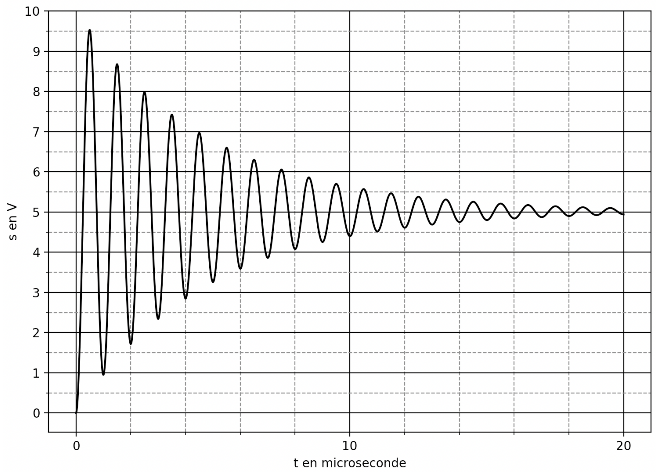
$$T_P = \frac{T_0}{\sqrt{1-m^2}}$$

Si $m = 0$ alors $T_P = \frac{T_0}{\sqrt{1-0^2}} = T_0$. On retrouve le cas où le système ne possède pas d'amortissement. Les oscillations en sortie du système ont une amplitude constante et le signal possède un « vrai » motif.

Si $m \ll 1$ alors $T_P = \frac{T_0}{\sqrt{1-m^2}} \approx T_0$ . On peut donc dire la durée d'un pseudo-motif $T_P$ (obtenu avec amortissement) est quasi-identique à la durée d'un « vrai » motif $T_0$ (obtenu sans amortissement).




Il y a peu de pseudo-motifs : $m < 1$ et $m$ est proche de 1 ici. On ne peut pas dire que $T_P \approx T_0$.



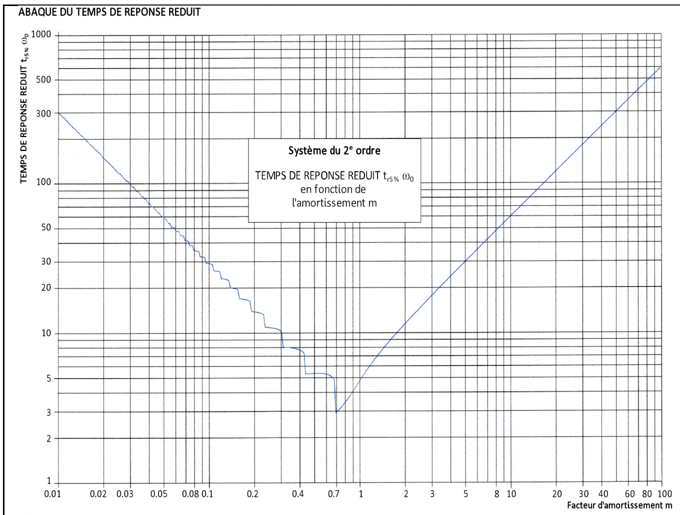

Il y a de nombreux pseudo-motifs : $m < 1$ et $m \ll 1$ ici. On peut utiliser la relation $T_P \approx T_0$.

*Conclusion :*

**Si $m \ll 1$ alors $T_P \approx T_0$.** On peut aussi en déduire la fréquence propre $f_0$ et la pulsation propre $\omega_0$ du système grâce aux formules déjà connues :

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad et \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

### ❖ Comment déterminer la valeur du coefficient d'amortissement $m$ du système ?




On donne l'abaque ci-contre : ce graphe représente $\Delta t_{5\%} \times \omega_0$ (appelé temps de réponse réduit) en fonction de $m$.

1. On détermine graphiquement $\Delta t_{5\%}$
2. On détermine graphiquement $T_P$
3. Si $m \ll 1$ alors $T_P \approx T_0$. On calcule alors :
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$
4. On calcule $\Delta t_{5\%} \times \omega_0$
5. On reporte sur l'axe des ordonnées la valeur de $\Delta t_{5\%} \times \omega_0$ puis on cherche l'antécédent sur la courbe (en prenant la valeur de $m < 1$).

La valeur lue en abscisse est celle de $m$.

*Remarque :*

La durée de réponse à 5% d'un système d'ordre 2 est la plus faible dans le cas où $m$ est proche de 0,7.

*Chapitre 13 – ce qu'il faut savoir :*

- Connaitre la définition d'un signal échelon
- Connaitre la définition d'un filtre passe-bas, passe-haut et passe-bande.
- Connaitre les définitions des bandes passantes de ces mêmes filtres.
- Savoir ce que représente l'ordre d'un filtre.
- Connaitre les formules permettant de déterminer $T_0$ pour un passe-bas ou un passe-haut.
- Connaitre la formule liant $\Delta t_{5\%}$ et $\tau$ pour les systèmes d'ordre 1
- Connaitre la formule permettant de calculer la fréquence de coupure d'un ordre 1 à partir de la constante de temps
- Savoir ce que représente la pulsation propre d'un système.
- Associer une valeur du coefficient d'amortissement $m$ à un type de régime transitoire.
- Savoir que si $m \ll 1$ alors $T_P \approx T_0$.

*Chapitre 13 – ce qu'il faut savoir-faire :*

- Savoir distinguer régime transitoire et régime établi.
- A partir de sa réponse indicielle, déterminer la nature du filtrage d'un système.
- A partir de sa réponse indicielle, déterminer l'ordre 1 d'un filtre passe-bas.
- A partir de sa réponse indicielle, déterminer l'amplification statique ou à hautes fréquences d'un filtre.
- A partir de sa réponse indicielle, déterminer la durée de réponse à 5% d'un filtre.
- A partir de sa réponse indicielle, déterminer la constante de temps $\tau$ d'un filtre d'ordre 1.
- Savoir déterminer graphiquement une pseudo-période.
- Savoir déterminer un coefficient d'amortissement à partir du diagramme de la pulsation réduite.
- Savoir utiliser un abaque pour déterminer le coefficient d'amortissement d'un système.