Fiche méthode 12
Représentation fréquentielle de signaux périodiques
Exploiter un spectre en amplitude

❖ Théorème de Fourier :

Tout signal périodique $u(t)$, de fréquence f_1 peut-être décomposé en une somme discrète :
- de sa composante continue, de fréquence nulle et de valeur, égale à sa valeur moyenne, notée $\langle u \rangle$,
- de signaux sinusoïdaux alternatifs de fréquence multiple entier de f_1.

❖ Apprendre à lire le spectre en amplitude d'un signal périodique :

Soit un signal périodique, dont la décomposition en série de Fourier est :

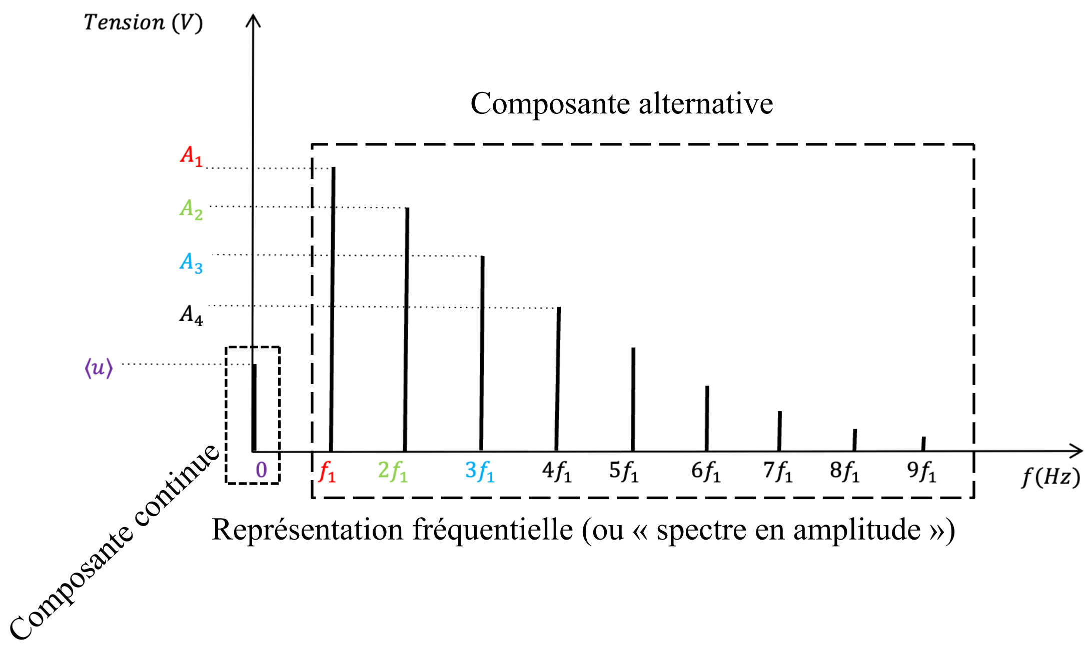
$$u(t) = \langle u \rangle + A_1 \cos(2\pi f_1\, t + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2\, t + \varphi_2) + A_3 \cos(2\pi f_3\, t + \varphi_3) + \cdots$$

avec f_n: fréquence de l'harmonique de rang n, en hertz
A_n : amplitude de l'harmonique de rang n, en volt
φ_n : phase à l'origine de l'harmonique de rang n, en radiant

Les fréquences des différents signaux sinusoïdaux alternatifs sont reliées par la formule suivante :

$$f_n = n \times f_1, \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

La fréquence de la composante continue est nulle.



Représentation fréquentielle (ou « spectre en amplitude »)

Chaque terme de cette somme est représenté par une raie dans le spectre en amplitude.

Seul le sommet de chaque raie a une réalité / un intérêt.

La raie d'abscisse $f = 0\,Hz$ représente la composante continue du signal $u(t)$, de fréquence $0\,Hz$ et de valeur, la valeur moyenne $\langle u \rangle$

<u>Pour des valeurs de n entières et non nulle :</u>
Chaque raie d'abscisse nf_1 représente un harmonique du signal $u(t)$ (c'est-à-dire un signal sinusoïdal alternatif) de fréquence $f_n = nf_1$ et d'amplitude A_n.

❖ Qu'est-ce que le fondamental ?

L'harmonique de rang 1 est appelé le « fondamental » du signal car c'est le signal sinusoïdal alternatif qui **impose** sa fréquence f_1 au signal $u(t)$.

❖ Comment déterminer la fréquence du fondamental ?

La fréquence du fondamental a pour valeur le plus grand commun diviseur des fréquences des harmoniques. Le fondamental n'est donc pas toujours la première raie visible (de fréquence non nulle) sur un spectre.

❖ Comment déterminer le rang d'un harmonique ?

⚠ Sur un spectre, **il ne faut pas compter les harmoniques pour déterminer le rang** !
Il faut déterminer la fréquence du fondamental, puis diviser la fréquence de l'harmonique par celle du fondamental : l'entier obtenu est le rang de l'harmonique.

❖ Comment savoir si le signal est périodique ?

Le spectre d'un signal périodique est constitué de raies discrètes.

Le spectre d'un signal non périodique est continu. Un signal non périodique ne possède donc ni fondamental, ni harmonique de fréquence multiples entiers de celle du fondamental.

❖ Comment connaitre la forme du motif à partir d'une représentation fréquentielle ?

Si le spectre du signal ne possède qu'une raie de fréquence non nulle, son motif est sinusoïdal.
Si le spectre du signal possède plusieurs raies de fréquences non nulles, son motif ne peut pas être déterminé.

❖ Qu'est-ce que l'encombrement spectral d'un signal ?

L'encombrement spectral d'un signal correspond à la valeur de l'étendue en fréquence qu'occupe l'ensemble des raies du signal. Il est noté Δf, et son unité est le Hertz, noté Hz

$$\Delta f = f_{max} - f_{min}$$

f_{max} : fréquence de l'harmonique de plus haut rang du signal (ou de la raie de plus grande fréquence), ayant une amplitude non nulle, en Hertz
f_{min} : fréquence de la raie de plus basse fréquence, ayant une amplitude non nulle, en Hertz.

❖ Qu'est-ce que l'encombrement spectral à X % d'un signal ?

On étudie un signal périodique d'amplitude U_m .
L'encombrement spectral à X% d'un signal correspond à la valeur de l'étendue en fréquence suivante :

$$\Delta f = f_{max,X\%} - f_{min}$$

$f_{max,X\%}$: fréquence (en Hertz) de l'harmonique du signal (ou de la raie), ayant une amplitude **juste supérieure à la valeur** $\boldsymbol{\frac{X}{100} \times U_m}$
f_{min} : fréquence de la raie de plus basse fréquence, ayant une amplitude non nulle, en hertz.