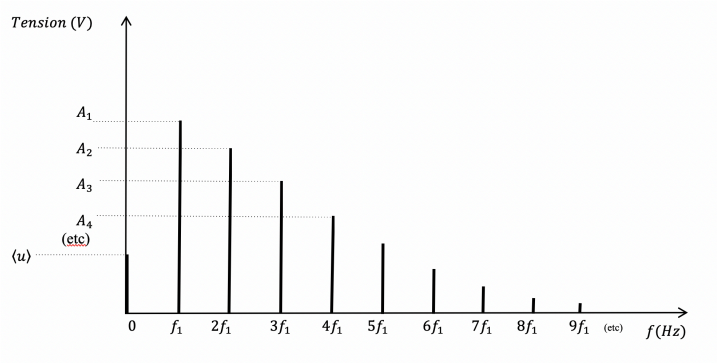
Fiche méthode 15
Répartition fréquentielle, puissance d'un signal périodique et valeur efficace

Soit la décomposition en série de Fourier d'un signal $u(t)$ périodique, de fréquence f_1 ,tel que :

$$u(t) = \langle u \rangle + \mathrm{A}_1 \cos(2\pi f_1\, t + \varphi_1) + \mathrm{A}_2 \cos(2\pi f_2\, t + \varphi_2) + \mathrm{A}_3 \cos(2\pi f_3\, t + \varphi_3) + \cdots$$

$$avec\ f_n = nf_1, \qquad n \in \mathbb{N}^*$$



- **Puissance moyenne reçue par un conducteur ohmique :**

En convention récepteur :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$$

La puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique et provenant du signal, est liée à la valeur efficace du signal au carré.

U_{eff} : tension efficace du signal périodique, en volt.
R: résistance du conducteur ohmique, en ohm.
$\langle P(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le conducteur ohmique, en watt.

- **Puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n :**

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle u \rangle^2}{R} + \frac{\mathrm{A}_1^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_2^2}{2R} + \frac{\mathrm{A}_3^2}{2R} + \cdots$$

On note :

$$P_0 = \frac{\langle u \rangle^2}{R}$$

$$\langle P_n(t) \rangle = \frac{\mathrm{A}_n^2}{2R}$$

P_0: puissance (moyenne) reçue par le système grâce à la composante continue du signal
$\langle P_n(t) \rangle$: puissance moyenne reçue par le système grâce à l'harmonique de rang n

On en déduit que la puissance électrique moyenne reçue dans un conducteur ohmique par un signal périodique $u(t)$ est égale à la somme de la puissance reçue grâce à sa composante continue et des puissances moyennes reçues grâce à chacun des harmoniques.

- **Pourcentage de la puissance moyenne du signal $u(t)$, transporté par l'ensemble de la composante continue et des k premiers harmoniques :**

On souhaite connaître la répartition de la puissance active dans le spectre du signal : on ne prend en compte que les k premiers harmoniques.

<u>*Méthode :*</u>

- On détermine $\langle P(t)\rangle = \frac{{U_{eff}}^2}{R}$
- On calcule la somme des puissances moyennes pour les k premiers harmoniques: $P_0 + \sum_{n=1}^{k}\langle P_n(t)\rangle$
- Il faut enfin calculer le rapport suivant :

$$\frac{P_0 + \sum_{n=1}^{k}\langle P_n(t)\rangle}{\langle P(t)\rangle}$$

- Multiplier le résultat par 100 afin d'obtenir le pourcentage.

- **Calcul de U_{eff} à partir des amplitudes des harmoniques :**

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\langle u\rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n^2}{2}}$$

- **Calcul de $U_{eff,alt}$ à partir des amplitudes des harmoniques :**

$$U_{eff,alt} = \sqrt{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \cdots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n^2}{2}}$$