

Fiche Méthode 19 : Apprendre à échantillonner correctement un signal analogique

❖ Fréquence et période d'échantillonnage :

La période d'échantillonnage T_e est l'intervalle de temps entre deux valeurs prélevées sur le signal analogique. La fréquence d'échantillonnage f_e correspond donc au nombre de valeurs prélevées par seconde.

$$f_e = \frac{1}{T_e}$$

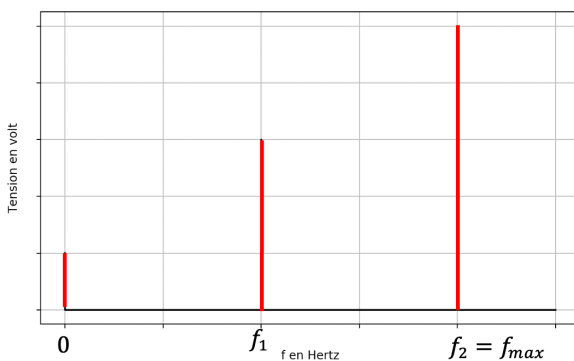
f_e : fréquence d'échantillonnage, dont l'unité est le Hertz.

T_e : période d'échantillonnage, dont l'unité est la seconde.

On étudie l'échantillonnage d'un signal analogique dont la représentation fréquentielle possède des harmoniques compris entre 0 Hz et une fréquence maximale, notée f_{max} .



f_{max} est la fréquence de l'harmonique de plus haut rang du signal analogique périodique, ayant une amplitude non nulle.



Soit un signal $s(t)$ périodique analogique, de fréquence f_1 dont la représentation fréquentielle est donnée ci-contre.

Pour ce signal sinusoïdal de fréquence f_1 , la fréquence maximale contenue dans son spectre est $f_{max} = f_2$.

❖ Condition de Shannon : à connaître par cœur

On souhaite échantillonner un signal périodique analogique dont la représentation fréquentielle possède des harmoniques compris entre 0 Hz et une fréquence maximale, notée f_{max} .

L'échantillonnage de ce signal est réalisé correctement si la fréquence d'échantillonnage f_e est supérieure (ou égale) au double de la fréquence maximale f_{max} :

$$\text{échantillonnage correct} \Leftrightarrow \text{opération réversible} \Leftrightarrow f_e \geq 2 \times f_{max}$$

f_e : fréquence d'échantillonnage, en hertz

f_{max} : fréquence de l'harmonique de plus haut rang du signal, ayant une amplitude non nulle, en hertz

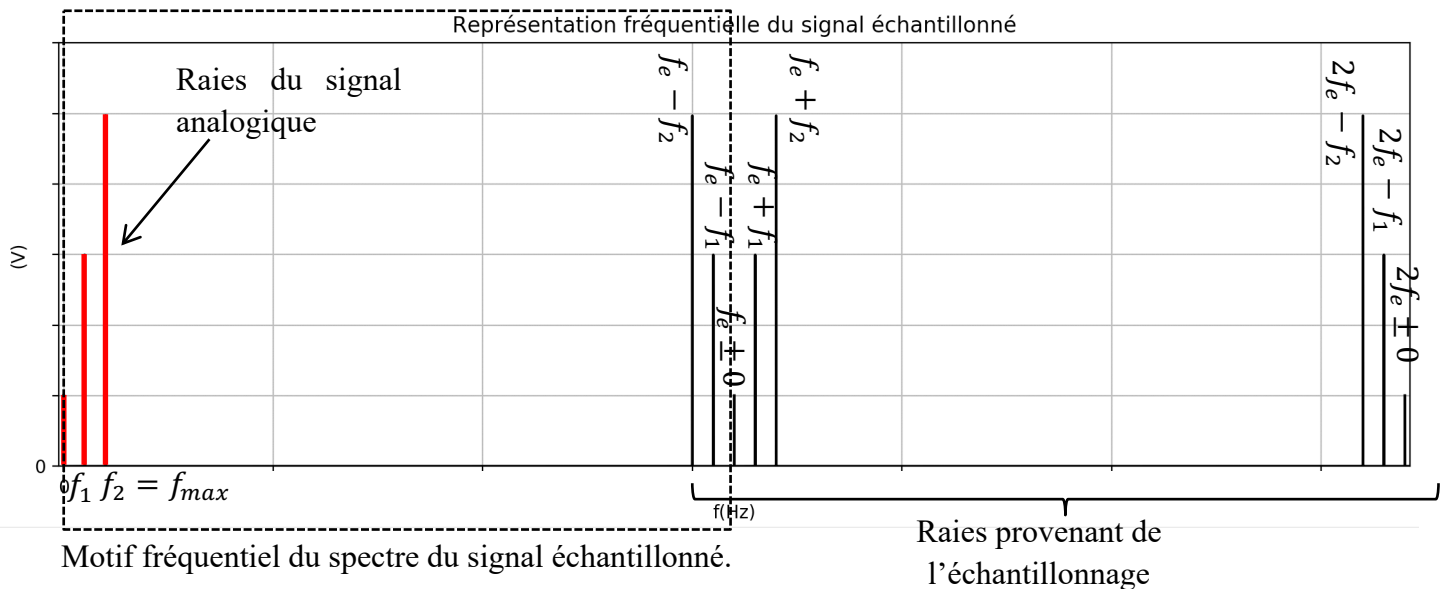


Si la condition de Shannon n'est pas respectée ($f_e < 2f_{max}$), on observe un **repliement du spectre**.

Si la condition de Shannon n'est pas respectée, un système passe-bas ne permet plus de restituer le signal analogique d'origine, à partir du signal échantillonné (non correctement).

❖ Effet sur le spectre :

La représentation fréquentielle du signal échantillonné correctement, issu de ce signal analogique périodique a l'allure suivante :



L'échantillonnage a pour effet de créer de nouvelles raies sur le spectre du signal : un motif de raies apparaît nommé « motif fréquentiel ».



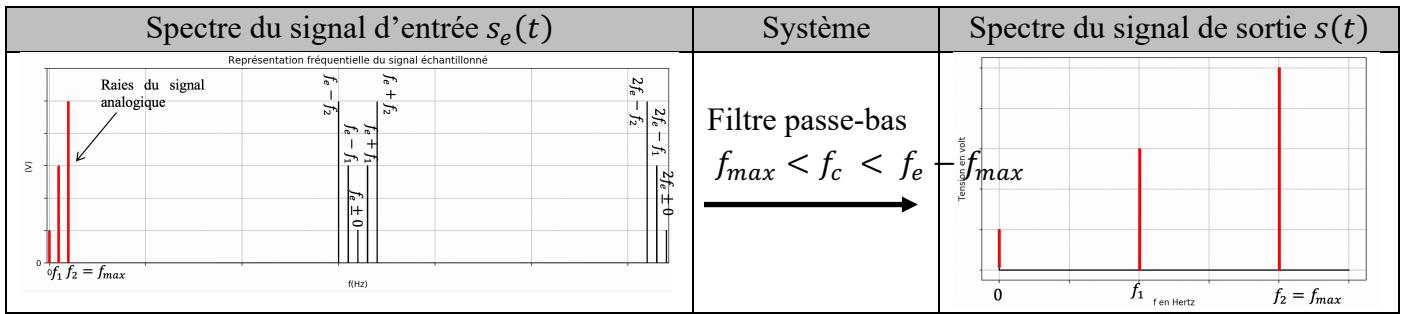
Pour un signal **périodique**, chaque harmonique de fréquence f_n et d'amplitude A_n , sous l'effet de l'échantillonnage, engendre une infinité de raies de même amplitude, dont les abscisses sont :

$$k \times f_e \pm f_n \text{ avec } k \in \mathbb{N}^*$$

❖ Condition de réversibilité de l'échantillonnage du signal analogique périodique :

Un échantillonnage est réalisé correctement s'il est réversible.

Pour restituer le signal analogique périodique d'origine à partir du signal échantillonné correctement, on utilise un système passe-bas dont la fréquence de coupure f_c est comprise entre f_{max} et $f_e - f_{max}$.



Il faut que le domaine des fréquences des raies provenant de l'échantillonnage ne vienne pas empiéter sur le domaine des fréquences du signal analogique.



L'échantillonnage est une opération réversible si et seulement si :

$$f_e - f_{max} \geq f_{max}$$

$$\Leftrightarrow f_e \geq 2 \times f_{max}$$

Cette condition énonce une propriété que doit respecter la fréquence d'échantillonnage f_e , afin de réaliser un **échantillonnage correct** du signal analogique.

